

E-learning* como estrategia didáctica para mejorar las competencias de matemática en estudiantes universitarios

<https://doi.org/10.22395/csye.v13n26a4663>

Nolan Jara Jara

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

njaraj@unmsm.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-9467-7586>

Willy Gastello Mathews

Universidad César Vallejo, Lima, Perú

wgastello@ucvvirtual.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-4464-6810>

Bertha Silva Narvaste

Universidad César Vallejo, Lima, Perú

bsilvan@ucvvirtual.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-2926-6027>

Teodoro Luciano Córdova Neri

Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú

tcordova@uni.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0001-8109-0519>

* Cómo citar: Jara Jara, N., Gastello Mathews, W., Silva Narvaste, B. S. y Córdova Neri, T. L. (2024). *E-learning* como estrategia didáctica para mejorar las competencias de matemática en estudiantes universitarios. *Ciencias Sociales y Educación*, 13(26), 1-32. <https://doi.org/10.22395/csye.v13n26a4663>

Recibido: 1 de febrero de 2024.

Aprobado: 18 de noviembre de 2024.

El estudio proviene de una investigación académica en una universidad peruana. Esta llevó por título: "E-learning como estrategia didáctica para mejorar las competencias de matemática para economistas II de una universidad pública, Bellavista, 2022". La investigación fue autofinanciada y los autores tuvieron una participación académica activa en su desarrollo.

Copyright © 2024. *Ciencias Sociales y Educación* es una publicación de acceso abierto bajo la licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CCBY-NC-ND 4.0).

RESUMEN

El objetivo general fue determinar de qué manera influye el *e-learning* como estrategia didáctica para mejorar las competencias de matemática en estudiantes universitarios. Para tal efecto, se planteó una metodología de enfoque cuantitativo, aplicado y de diseño cuasiexperimental. Tuvo una población de 128 estudiantes de la facultad de economía de una universidad pública en Perú que cumplieron con los criterios de inclusión y exclusión. La muestra fue de 83 estudiantes, divididos en grupo control de 40 participantes y grupo experimental de 43 participantes. Los resultados descriptivos indicaron que el 58 % de los estudiantes del grupo experimental luego de la aplicación del experimento alcanzaron un nivel en proceso, 30 % en nivel de logro esperado y 12 % en logro destacado, alcanzando a desarrollar las capacidades cognitivas, procedimentales, actitudinales e investigativas. Se concluyó que el *e-learning* como estrategia didáctica influye significativamente en la mejora de las competencias de matemática en estudiantes universitarios, lo que va a permitir que estas competencias puedan ser aplicadas para plantear y solucionar problemas matemáticos y cotidianos en la vida personal y profesional del estudiante.

Palabras clave: aprendizaje en línea; competencia; método de enseñanza; matemáticas; programa de enseñanza.

E-learning as a didactic strategy to improve university students' mathematics competencies

ABSTRACT

The general objective was to determine the influence of e-learning as a didactic strategy to improve university students' mathematics competencies. For this purpose, a quantitative applied quasi-experimental design methodology was used. It had a population of 128 students from the school of economics of a public university in Peru who met the inclusion and exclusion criteria. The sample consisted of 83 students, divided into a 40-participant control group and a 43-participant experimental group. The descriptive results indicated that 58% of the students in the experimental group reached a level in the process after implementing the experiment. It was 30% in expected achievement level, and 12% in outstanding achievement. This reached the development of cognitive procedural attitudinal investigative skills. It was concluded that e-learning as a didactic strategy significantly influences the improvement of university students' mathematical competences, and this will allow these competences to be applied to pose and solve mathematical and daily problems in students' personal and professional lives.

Keywords: online learning; competence; teaching method; mathematics; teaching program.

E-learning como estratégia didáctica para melhorar as competências em matemática de estudantes universitários

RESUMO

O objetivo geral foi determinar de que maneira o e-learning, como estratégia didáctica, influencia na melhoria das competências em matemática de estudantes universitários. Para esse fim, adotou-se uma metodologia de abordagem quantitativa, aplicada, com delineamento quase-experimental. A população foi composta por 128 estudantes da Faculdade de Economia de uma universidade pública no Peru, que atenderam aos critérios de inclusão e exclusão. A amostra foi de 83 estudantes, divididos em um grupo controle com 40 participantes e um grupo experimental com 43 participantes. Os resultados descritivos indicaram que 58% dos estudantes do grupo experimental, após a aplicação do experimento, atingiram o nível “em processo”, 30% alcançaram o nível de “desempenho esperado” e 12% obtiveram “desempenho destacado”, desenvolvendo competências cognitivas, procedimentais, atitudinais e investigativas. Concluiu-se que o e-learning, como estratégia didáctica, influencia significativamente na melhoria das competências em matemática de estudantes universitários, permitindo que essas competências sejam aplicadas na formulação e resolução de problemas matemáticos e do cotidiano, tanto na vida pessoal quanto profissional dos estudantes.

Palavras-chave: aprendizagem online; competência; método de ensino; matemática; programa educacional.

Introducción

Con la llegada de la pandemia de Covid-19 llegaron muchos cambios en la forma de vida de las personas y también en las actividades que realizaban de forma diaria las empresas y toda institución donde concurrían las personas. El sector educativo no fue la excepción, pues alrededor de 190 países decidieron cerrar las casas de estudio como medio de precaución ante el contagio masivo, introduciendo al sistema educativo una nueva modalidad de enseñanza en la que los estudiantes pasaron de clases presenciales a clases virtuales (Organización de las Naciones Unidas para la Educación y Ciencia [Unesco], 2020).

En función a estos cambios radicales, las instituciones universitarias transformaron sus recintos haciendo uso de la tecnología, integrándola en sus clases y permitiendo que los docentes adquieran nuevas competencias relacionadas con estos cambios, con la consecuente forma de evaluación distinta a la que usualmente empleaban; se empezó a usar con mayor frecuencia las tecnologías de la información y comunicación en los espacios universitarios, ya que hasta en ese momento su uso era para áreas administrativas y materias de estudio específicas (Unesco, 2020).

En Latinoamérica, el panorama no fue distinto. Las herramientas digitales empezaron a usarse como imposición para que el sistema educativo no colapsara. Es en estas condiciones que toman fuerza las herramientas digitales que ya se iban implementando de manera paulatina en las universidades como el *e-learning*, obteniendo sostenibilidad en las clases y facilitando un tipo de enseñanza asincrónica y sincrónica como complemento de las actividades de aprendizaje (Comisión Económica para América Latina y el Caribe [Cepal], 2020).

La incursión de las nuevas tecnologías ha facilitado recursos digitales en el ámbito educativo que han sido de gran utilidad y están siendo empleados por las instituciones educativas universitarias, lo que ha tenido como efecto que los estudiantes tengan una mayor participación en las clases, mejorando su aprendizaje (Llatas, 2020). Sobre el particular, agregó Rodríguez (2017) que el empleo de estas metodologías innovadoras ha demostrado que contribuyen en el desarrollo de las competencias matemáticas.

En Perú, en 2020, en una universidad pública de la Provincia Constitucional del Callao, se inició la implementación total de equipos de cómputo para la enseñanza virtual; asimismo, actualmente se emplea la plataforma Moodle para que los docentes puedan realizar sus clases de matemática para economistas II y desarrollar competencias matemáticas en estudiantes universitarios.

En estas condiciones, surgió la preocupación por complementar lo ya mencionado con el *e-learning*, a fin de favorecer el aprendizaje de manera más

acertada, sobre todo en aquellos cursos de naturaleza compleja. Considerando esta situación, los docentes no podían desarrollar las competencias matemáticas solo con el uso de las computadoras, sino que era necesario la implementación de un programa que contribuyera a ese objetivo. Es por ello que en este estudio se planteó la implementación del *e-learning*, haciendo un taller donde participaron estudiantes del curso en mención en dos grupos: control y experimental, llegando a resultados experimentales óptimos en el segundo grupo.

A razón de lo mencionado, la formulación del problema de investigación fue: ¿de qué manera influye el *e-learning* como estrategia didáctica para mejorar las competencias de matemática en estudiantes universitarios? En ese sentido, se planteó el siguiente objetivo general: determinar de qué modo influye el *e-learning* como estrategia didáctica para mejorar las competencias de matemática en estudiantes universitarios. Para lo cual fue necesario probar su efectividad con la siguiente hipótesis general: el *e-learning* como estrategia didáctica influye significativamente en la mejora de las competencias de matemática en estudiantes universitarios.

Para el desarrollo de esta investigación se llevó a cabo un estudio de enfoque cuantitativo, de diseño cuasiexperimental y de tipo aplicado. Previo al estudio de campo se gestionó el permiso para realizar la investigación en una universidad pública de Perú y luego de la aceptación se obtuvo el consentimiento de los estudiantes y se aplicó la prueba de conocimiento convocándolos a una reunión virtual. Posteriormente, el grupo experimental fue citado para aplicar el programa de estudio empleando la metodología de *e-learning* que consistió en 12 sesiones virtuales sincrónicas. Finalmente, los resultados fueron procesados mediante el programa estadístico SPSS-26.

1. Marco teórico

1.1. Antecedentes del estudio

Respecto a los estudios previos realizados sobre el tema en relación a ambas variables, los resultados fueron similares, tal como se demostró en el estudio de Leyva y Leyva (2022), donde se comparó los resultados entre el *pretest* y *posttest* en las competencias matemáticas con la aplicación de un programa de estudios generales. El estudio concluye que la actitud hacia la matemática mejoró en los estudiantes universitarios. De igual manera, Giraldo (2021) empleando el programa STEM comprobó que se utilizó efectivamente en el desarrollo de las competencias matemáticas, concluyendo que estas deben emplearse en los diferentes espacios universitarios para aprovechar la efectividad que presenta.

Asimismo, Salvatierra Melgar *et al.* (2021) aplicaron el programa Khan Academy, concluyendo que el uso del programa mencionado impactó en las competencias matemáticas del curso Cálculo I y la plataforma virtual, permitiendo verificar la interacción de los estudiantes. En el estudio de Llatas (2020) se verificó que la metodología basada en proyectos mejoró las competencias matemáticas en el grupo experimental, comprobando la efectividad del programa para el propósito planteado.

Por su parte, Wahyuni y Jasmaniah (2021) implementaron el *e-learning* en estudiantes de matemáticas en la Universidad de Almuslin. Se concluyó que el programa en mención contribuye al aprendizaje de los estudiantes en el curso de matemática. En el planteamiento de Moreno-Guerrero *et al.* (2020), la investigación fue sobre el método *e-learning* para identificar su efectividad en las competencias matemáticas. Esta investigación se realizó en España sobre una muestra de 132 universitarios. Se concluyó que aparte de que el método *e-learning* mejora las competencias matemáticas, también tiene un efecto motivador en el estudiante, haciendo que este participe y desarrolle su autonomía.

1.2. Fundamentación teórica del *e-learning*

Para entender el *e-learning*, es necesario conocer sus inicios; es decir, en qué teoría se sustenta esta metodología. En la literatura revisada se ha encontrado la teoría del conectivismo: este es un modelo innovador de aprendizaje, en el que se han integrado varios principios de las teorías del caos, redes, complejidad y autoorganización, cuya finalidad es la de recabar lo mejor y útil de las teorías mencionadas con la intención de mejorar el aprendizaje (García, 2009). En tal sentido, el conectivismo se adecua a los nuevos cambios en el aprendizaje del ser humano sin quedarse en los principios primigenios de otras teorías como el conductismo, el cognitivismo y el constructivismo (Gargicevich, 2020).

En otras palabras, el cerebro trabaja como una enorme red que se va conectando con otras a manera de nodos de donde obtiene mayor información, mejorando el conocimiento en cada unión que realiza, expandiéndose así en una red de gran tamaño (Palacios Garay *et al.*, 2021). El autor de esta teoría, en 2004 indicó que a través del conectivismo el cerebro obtiene el conocimiento del exterior y lo integra a la red para mejorarlo y que posteriormente retransmite (Bernal, 2020).

En consecuencia, Basurto-Mendoza *et al.* (2021) reiteran que la teoría de Siemens encaja perfectamente en esta era de la información, también denominada digital, la cual toma como base los principios de otras teorías mencionadas líneas arriba, con la finalidad de explicar la intervención de las tecnologías de la información en áreas donde las personas emplean la comunicación y se integran

al proceso de aprendizaje. Sin embargo, en este plan interviene el docente para orientar al estudiante y enseñarle a discriminar la información válida de aquella que no lo es.

En relación con lo mencionado, según lo manifestado por Saleh (2022), el *e-learning* se conoce como el aprendizaje que emplea la tecnología para obtener un aprendizaje digital. Así también lo confirma Choudhury y Pattnaik (2020), quienes indicaron que el uso del *e-learning* ha pasado por una transformación continua desde la Web 0 a la Web 4.0 que ha contribuido permanentemente en el aprendizaje basado en el uso de internet y otras herramientas tecnológicas. En tal sentido, los autores lo definen como el aprendizaje por medio de elementos electrónicos y el internet, el cual se procede de manera sincrónica y asincrónica para la transferencia de conocimientos y habilidades mediante cursos diseñados y validados que se ponen a disposición para los estudiantes en la web 4.0, intranet y extranet.

A manera de complemento, Cabanillas García *et al.* (2019) afirmaron que los entornos virtuales de aprendizaje (EVA) han presentado mejoras en las últimas décadas y han permitido potenciar las capacidades de los docentes mediante la presentación de entornos adecuados que hacen entendible una clase virtual para mayor fluidez de la información. En efecto, el conocimiento se puede gestionar efectivamente a través de la tecnología (Hernández Fernández, 2020).

1.2.1. Factores para la implementación del e-learning

Sin embargo, el *e-learning* se vale de otras herramientas para alcanzar la efectividad que requiere, y aquí se encuentran las aulas virtuales, las cuales son espacios creados con la intención de emplearlos para el aprendizaje donde se usan estrategias pedagógicas transformadas digitalmente para el aprovechamiento del estudiante, sin dejar de lado la mirada atenta del docente (Artyukhina *et al.*, 2019; Cabanillas García *et al.*, 2019). Esta última mención sobre el docente es esencial, porque es el facilitador del proceso de aprendizaje y realiza el seguimiento del progreso del estudiante, y es por ello que debe contar con la experiencia y las competencias idóneas para alcanzar el propósito de generar capacidades en los estudiantes (Saleh, 2022).

Por el contrario, cuando el docente no cuenta con las competencias no alcanza los objetivos y retrasa el proceso de aprendizaje y en ocasiones lo entorpece. Siguiendo con los elementos que conforman el *e-learning*, se encuentran los desarrolladores de contenido, quienes son los que se encargan del diseño de los contenidos y, finalmente, los organismos de acreditación y las instituciones educativas. Sin embargo, toda esta infraestructura virtual que convoca diferentes protagonistas no sería realidad sin el actor principal, que es el estudiante

(Vialart y Medina, 2018). Por otro lado, es importante mencionar a los proveedores de tecnología, quienes deben contar con equipos tecnológicos de última generación para que vayan a la velocidad requerida del aprendizaje y no haya problemas técnicos o de conectividad (Choudhury y Pattnaik, 2020).

1.2.2. Ventajas y limitaciones del e-learning

El sistema de *e-learning* ha desarrollado muchas ventajas para el estudiante, así como desventajas que, en comparación con las primeras, no son significativas; una de las ventajas es la responsabilidad que desarrolla el estudiante para el control de su propio aprendizaje (Díaz *et al.*, 2018). Convirtiéndose en protagonista activo de este proceso que tiene un alcance complementario o mayor con el aprendizaje tradicional, otra de las ventajas es que el sistema es amigable poniendo a disposición herramientas y recursos para la comunicación virtual con los gestores del programa; es decir, los docentes guías con quienes deben interactuar.

Asimismo, en lo que respecta al aporte genuino que realizan los usuarios, estos pueden ser mejorados permanentemente durante el período de estudio, sin que la universidad ponga parámetros en ello; es una cuestión del cuidado del derecho de autor (Cabanillas García *et al.*, 2019). En esa misma línea, Qian (2018) manifestó que una gran ventaja es la flexibilidad que ostenta esta estrategia en cuanto a ubicación, tiempo, esfuerzo y costo.

Por su parte, Saleh (2022) complementó las ventajas indicando que este sistema de enseñanza brinda oportunidades a aquellas personas que, por su edad o alguna dificultad física, no han tenido o no tienen acceso a la educación presencial, y aquellos que presentan tiempos limitados para el estudio, lo que presume que el *e-learning* es una herramienta que se une a las alternativas de la educación inclusiva porque admite a todas las personas sin mediar diferencia.

Entre las dificultades que ha presentado el programa en las aulas universitarias está la poca experiencia de la organización en el aprendizaje virtual; sumado a ello se encuentran las limitaciones de recursos con el fin de contar con equipos electrónicos para la implementación; por último, se encuentra la deficiente cantidad de docentes con competencias en la materia para poner en marcha el proyecto, evidenciándose estas dificultades sobre todo en la época de pandemia (Zaharah y Kirilova, 2020). En contraposición a lo mencionado, la mayor parte de los estudios citados en esta investigación han sido tomados de investigaciones prepandemia, donde el *e-learning* se ha empleado como un recurso complementario a la educación tradicional en el proceso educativo (Mailizar *et al.*, 2020).

De manera sistemática, se pueden identificar dos tipos de barreras: el primer grupo se asocia al *hardware* y el soporte técnico que requiere; el segundo tipo se refiere a las condiciones pedagógicas del docente, y a esto le acompaña los prejuicios con respecto al sistema (Mailizar *et al.*, 2020). Por su parte, Moreno-Guerrero *et al.* (2020) indicaron que el desfase espacial y temporal entre la impartición de las clases y el tiempo en que el estudiante toma las mismas es una gran desventaja a veces, cuando los tiempos entre ambos no coinciden.

1.2.3. Plataformas para la implementación del e-learning

Por otro lado, en el mercado se encuentran muchas plataformas para implementar el *e-learning*. Entre las más conocidas se encuentra el Moodle, el cual es un sistema amigable para interactuar entre docentes, estudiantes y administradores, facilitando una mejor experiencia tanto a docentes como a estudiantes y creando entornos personalizados hechos a la medida de las necesidades (Saleh, 2022). Otro de los recursos diseminados en la educación para uso libre y que ha sido empleado hasta la actualidad sin problemas por docentes y estudiantes es el Khan Academy, un programa diseñado para motivar a seguir en el aprendizaje, porque promueve la participación y el entusiasmo en el participante mediante la generación de hábitos de estudio, los cuales son premiados mediante medallas, estrellas y otros elementos que usa el programa (Yassine *et al.*, 2020).

En el tema específico de la mejora de las competencias matemáticas se encuentra el sistema tutor adaptativo (por sus siglas, STA), donde la característica principal es que posee un entorno virtual interactivo, que mantiene al estudiante motivado en lo que hace y promueve la comunicación entre los participantes (Rocha Feregrino *et al.*, 2020). Del mismo modo, se encuentran las plataformas de disposición gratuita y que han sido de especial utilidad en tiempo de pandemia para las instituciones educativas de todos los niveles como es el Zoom, Teams, Google Meet y Skype, que tienen presencia desde hace muchos años y que se encuentran consolidados en este propósito (Aznar, 2020).

Por otro lado, el desarrollo de un proyecto *e-learning* implica el cumplimiento de ciertos procedimientos que muy bien lo explica IACC-Expertos en Educación Online (2020), quienes indicaron que existen seis etapas para su implementación: i) conceptualización del proyecto; ii) establecimiento de requerimientos y recursos; iii) establecimiento y configuración de campus virtual; iv) diseño pedagógico de la formación; v) visualización de la formación y vi) evaluación y mejora. En este proceso se requiere el compromiso de todos los actores intervinientes y el cumplimiento de los elementos fundamentales descritos anteriormente como infraestructura física, virtual y competencias docentes (IACC, 2020).

1.3. Fundamentación teórica de las competencias matemáticas

Siguiendo con el desarrollo de la investigación, en lo que se refiere a las competencias matemáticas, se sustentó en la teoría del constructivismo social de Vygotsky donde expone la zona del desarrollo próximo y explica que existen dos momentos en el aprendizaje: el primero es donde inicialmente se encuentra el estudiante con sus saberes previos, y el segundo es donde ya ha desarrollado las competencias. En tal sentido, para que ocurra este cambio se requiere de la intervención de una persona en mejores condiciones académicas o de conocimiento como el docente (Albarracín-Villamizar *et al.*, 2020).

En cuanto a la definición de competencias matemáticas, Martínez-Bustos *et al.* (2020) indicaron que es el conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes que contribuyen a dar soluciones específicas en situaciones determinadas, integrando para ello la interrelación de los componentes cognitivos, procedimentales y actitudinales con la finalidad de dar respuesta a los problemas matemáticos e incluso llevarlos a la solución de problemas de la vida cotidiana. Al mismo tenor llegan Hernández Sánchez *et al.* (2021), quienes coincidieron en que se trata del conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que se combinan para alcanzar determinado objetivo requerido como una demanda puntual.

Para Sutarna *et al.* (2021) la competencia matemática es necesaria para diferentes áreas como las ciencias sociales; es decir, es indispensable para comprender mejor la realidad nacional y sus problemas económicos y sociales, así como la comprensión de hechos históricos. En otras palabras, esta competencia facilita el aprendizaje de otros conocimientos distintos al de la matemática y, por lo tanto, es la base para la asimilación de otras materias de estudio.

1.3.1. Beneficios de las competencias matemáticas

Acerca de los beneficios que ofrece la mejora de las competencias matemáticas, Moreno-Guerrero *et al.* (2020) mencionan que permite asimilar con mayor facilidad otras materias de estudio del ámbito social, así como las ciencias políticas. En ese orden de ideas, el intelecto es el beneficiado directo y la competencia relacionada con la interacción con los demás. También se menciona que la creatividad y la autonomía es otro de los beneficios que se espera, así como la mejora de la autoestima e incluso el espíritu empresarial. Todo ello hace que el compromiso con los estudios prevalezca en el rendimiento académico.

Para otros autores, el cultivo de la competencia matemática ofrece otros beneficios relacionados con el desarrollo del conocimiento, el razonamiento, la interpretación, argumentación y actitud positiva, características muy ligadas a la capacidad investigativa del estudiante (Daza y González, 2020; Grisales,

2018; Minedu, 2013). Del mismo modo, se desarrollan otras habilidades relacionadas con la matemática para relacionar, utilizar datos, analizar problemas matemáticos y plantear modelos que promueven la generación de nuevos conocimientos o descubrimientos sobre una determinada materia (Alsina *et al.*, 2020; Ansina, 2021).

Por otro lado, la enseñanza de la matemática nunca ha sido fácil para los docentes y aprender tampoco ha sido fácil para los estudiantes, menos con el empleo de métodos virtuales; con el empleo de las tecnologías de la información y comunicación, el docente ha podido suplir esos vacíos que ha generado este nuevo sistema educativo (Conde-Carmona *et al.*, 2021). Sin embargo, en las clases virtuales no se ha perdido el conocimiento que se debe enseñar para el desarrollo de esta competencia, y es por ello que a manera de dimensiones para el presente estudio se trató cuatro capacidades: cognitivas, procedimentales, actitudinales e investigativas (Barón, 2020; Martínez-Bustos *et al.*, 2020).

1.3.2. Componentes de las competencias matemáticas

Tal como se mencionó líneas arriba, las competencias matemáticas cuentan con capacidades que se describen a continuación: en lo que respecta a las capacidades cognitivas, son los procesos o actividades que se reflejan en interconexiones neuronales, las cuales se configuran en redes y circuitos que sirven para la creación y procesos de pensamiento, así como desarrollo de capacidades mentales y operaciones intelectuales (Hurtado, 2020). En esa misma línea de pensamiento, estas capacidades ayudan en los procesos mentales como reconocer, nombrar, identificar y comprender (Vílchez y Ramón, 2020). Para Johnson (2019) estas capacidades ayudan en el esfuerzo mental que se requiere para la solución racional de problemas cotidianos.

Las capacidades procedimentales, se refieren a la aplicación del conocimiento adquirido en la anterior capacidad y como efecto de un proceso de aprendizaje; se refiere a la parte operativa que hace posible la solución al problema (Cuesta-Borges *et al.*, 2021). Este esfuerzo crea nuevas redes, nuevas ideas, es decir, construye nuevos conocimientos respecto al tema tratado, en el esfuerzo de adaptar soluciones (Alsina *et al.*, 2020). Para Vílchez y Ramón (2020) se trata del saber hacer las cosas, que requiere un esfuerzo mental sobre un problema específico en un contexto determinado considerando los siguientes pasos hacia la solución: clasificar, comparar, utilizar, aplicar y analizar, entre otras habilidades.

Sobre las capacidades actitudinales, a las cuales se les conoce también como actividades valorativas, consisten en tomar posesión del conocimiento para saber aplicar y cuándo aplicarlo, añadiéndole un ingrediente adicional como es la predisposición para solucionar el problema. En tal sentido, en esta capacidad

se involucran procesos mentales como el cognitivo relacionado al saber sobre determinado tema; el afectivo, es decir, encontrar empatía con lo que se va hacer, y el conductual, relacionado con el saber actuar (Vílchez y Ramón, 2020).

Lo mencionado anteriormente, llevado a las clases virtuales, trata acerca de la actitud del estudiante para la solución de problemas matemáticos haciendo uso de herramientas digitales y computacionales; la predisposición del estudiante es lo que hace que se tenga la voluntad de solucionar problemas (Rocha Feregrino *et al.*, 2020). Acerca de las capacidades investigativas, se afirma que estas han llegado a ser la prioridad de las universidades con la intención de que el estudiante tenga producción literaria ligada a una materia de estudios, por lo cual el cultivo de esta capacidad debe empezar a temprana edad, en las escuelas básicas y no solo en los últimos ciclos de la universidad, cuando se inician los cursos de investigación. Por ello la dificultad e incluso la renuencia que tienen los estudiantes a la actividad investigativa (Barón, 2020).

Las capacidades investigativas son necesarias en todas las áreas donde el ser humano se desenvuelve, pues estas contribuyen a la innovación y la competitividad empresarial. Es por ello que cuando las organizaciones requieren personal, solicitan especialidad en esta determinada área de estudio; por eso es importante desarrollar esta competencia en los estudiantes (Rubio *et al.*, 2018).

2. Metodología

En cuanto al método equivalente a este estudio fue hipotético deductivo y de enfoque cuantitativo. Se empleó este método porque el estudio inició su planteamiento con una idea preconcebida para terminar en una idea general o conclusión. Para Yucra y Bernedo (2020) se trata de una serie de premisas y postulados planteados, los cuales se tienen que probar empleando la lógica deductiva, para posteriormente ser generalizados en conclusiones. El enfoque fue cuantitativo porque se empleó el cálculo estadístico para determinar la evidencia estadística de los cambios del experimento. Yucra y Bernedo (2020) indicó que este enfoque encaja dentro del paradigma positivista porque su camino es la verificación del hecho mediante el cálculo matemático y estadístico.

Acerca del diseño, fue cuasiexperimental, de tipo aplicada y explicativo, en función al objetivo planteado. En tal sentido, el estudio fue cuasiexperimental porque se trabajó con dos grupos denominados grupo control y grupo experimental, los cuales fueron no equivalentes, sometiéndose a los estudios con este diseño de enseñanza activa. Al respecto, se tiene la definición de Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), quienes indicaron que estos estudios muestran mayor rigurosidad para determinar el control de las variables, en tanto se aplica una metodología donde se pretende verificar cambios posteriores al experimento.

Fue aplicada porque su intención fue dar solución a un problema específico de la realidad, en este caso el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes universitarios. Al respecto, Cabezas Mejía *et al.* (2018) indicaron que este tipo de estudio resuelve casos problemáticos que se dan en un contexto; estas soluciones se plantean de manera rápida y directamente al tema en forma práctica. En cuanto al nivel, fue explicativo porque la investigación pretendió explicar las causas que originan el problema. Asimismo, Cabezas Mejía *et al.* (2018) explicaron que esta modalidad estudia la relación de causalidad entre las variables y que estas se prueban estadísticamente a través de las variables.

2.1. Población, muestra y muestreo

La muestra estuvo conformada por una cantidad de estudiantes de una universidad pública que alcanzaron una cantidad de 128 estudiantes. Los criterios de inclusión fueron: estudiantes de una universidad pública del cuarto ciclo de la Facultad de Ciencias Económicas que pertenecían al curso de matemática para economistas II y cuya edad oscilaba entre 19 y 22 años. Se seleccionó una cantidad igualitaria en porcentaje entre varones y mujeres.

Los criterios de exclusión fueron: estudiantes de otros ciclos inferiores o superiores al de la población, estudiantes de otros cursos, de distinta facultad y aquellos que se negaron a participar en la investigación. En relación a la población, Cabezas Mejía *et al.* (2018) la definen como el conjunto de individuos que pertenecen a un determinado grupo humano, con determinadas características homogéneas y que pueden aportar a la investigación.

En lo que respecta a la muestra seleccionada, se escogieron 83 estudiantes en total, los cuales se dividieron en 40 estudiantes para el grupo control y 43 para el grupo experimental, todos pertenecientes a la facultad de ciencias económicas y del curso de matemáticas para economistas II. Al respecto, Cabezas Mejía *et al.* (2018) definieron que la muestra es un conjunto de elementos que son parte de la población y que se han calculado con criterios matemáticos o de forma conveniente.

Debido a las características del estudio se optó por un muestreo por conveniencia, en función a la disponibilidad del estudiante a participar en la investigación. Tal como lo definen Cabezas Mejía *et al.* (2018), este tipo de muestreo se emplea cuando el investigador conoce la población o por las condiciones que muestra el contexto no es posible tomar una parte más grande de la población y, por lo tanto, se toma una cantidad en función al criterio del investigador.

2.2. Técnica e instrumento de recolección y análisis de datos

Se empleó como técnica la prueba de evaluación de conocimientos en matemática, con la intención de medir sus saberes previos y ubicarlos en un nivel. Para Moreno (2000), la técnica “es aquella que se aplica a los sujetos antes de que sean expuestos a la acción de la variable experimental” (p. 90). El instrumento empleado fue una rúbrica con la cual se pudo evaluar las competencias matemáticas antes y después de la aplicación del programa. En este caso, Arias (2020) indicó que es un instrumento que proporciona resultados medibles de determinada capacidad del estudiante en función a indicadores.

Para aplicar la técnica y el instrumento, se realizó el siguiente procedimiento; se gestionó el permiso para realizar el estudio en una universidad pública; una vez conseguido el permiso se procedió a identificar la muestra y obtener el consentimiento informado a los participantes. Luego de ello, estos fueron citados a una reunión virtual para realizar la prueba de conocimiento a ambos grupos y enseguida se le citó al grupo experimental para aplicar el programa quedando en acuerdo con una fecha establecida. Se aplicó las 12 sesiones virtuales de forma sincrónica y finalmente se tomó la prueba final. Los resultados fueron procesados en el programa estadístico SPSS-26. Este programa consistió en un taller de Matemática para economistas II: Ecuaciones en diferencias y sistemas de ecuaciones lineales, que se dividió en tres partes: en la primera parte se estudiaron los conceptos básicos de las ecuaciones en diferencias finitas de primer y segundo orden y problemas de aplicación de índole económico; en la segunda parte se estudió los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes y se desarrolló un método de solución que utilizó conceptos del álgebra matricial. La tercera parte consistió en analizar el comportamiento de los puntos de equilibrio de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes. A continuación, se enumeran los temas tratados en el taller:

- Sesión de aprendizaje 1: evaluación de los saberes previos.
- Sesión de aprendizaje 2: ecuaciones en diferencias.
- Sesión de aprendizaje 3: ecuaciones en diferencia de Primer orden.
- Sesión de aprendizaje 4: ecuaciones en diferencia de segundo orden.
- Sesión de aprendizaje 5: exposición como investigación formativa.
- Sesión de aprendizaje 6: sistema de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes.
- Sesión de aprendizaje 7: sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. Método de los valores propios.

- Sesión de aprendizaje 8: sistema de ecuaciones diferenciales lineales planos.
- Sesión de aprendizaje 9: análisis cualitativo. Clasificación de los puntos de equilibrio de un sistema de ecuaciones lineales.
- Sesión de aprendizaje 10: Análisis cualitativo. Clasificación de los puntos de equilibrio de un sistema de ecuaciones lineales y sus diagramas de fase.
- Sesión de aprendizaje 11: exposición sobre aplicaciones de las ecuaciones en diferencias en la economía.
- Sesión de aprendizaje 12: exposición sobre aplicaciones de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales en la economía.

Por otro lado, cada una de las sesiones virtuales tuvieron una duración de dos horas, con una frecuencia de dos veces por semana (lunes y viernes), teniendo una duración de seis semanas. Las herramientas tecnológicas empleadas fueron la computadora, la pizarra digital, Jamboard, software matemático Derive e IDROO y la plataforma Moodle, y como mecanismo de interacción entre docente-estudiante se empleó el Google Meet. En todo momento se promovió la participación activa y grupal de los estudiantes con ejercicios matemáticos en tiempo real y trabajos en casa. Para tratar detalladamente el instrumento utilizado, este fue una rúbrica con la que se evaluó las competencias matemáticas antes y después de la aplicación de *e-learning*. Este instrumento pasó por un proceso de validación de juicio de expertos y la validación fue de contenido (Anexo 1).

Para Fuentes-Doria *et al.* (2020), la validez es la capacidad que posee un instrumento para medir lo que realmente debe medir. El instrumento fue validado por juicio de expertos, quienes fueron cinco doctores en la especialidad de educación que dieron su opinión sobre el contenido del instrumento, en función a tres criterios: pertinencia, relevancia y claridad. Así mismo, la validación para esta investigación fue de contenido, el cual reflejó el dominio que tiene el instrumento sobre un tema específico (Fuentes-Doria *et al.*, 2020).

Del mismo modo, la confiabilidad del instrumento se realizó a través de la aplicación de la rúbrica a 29 estudiantes del curso de matemática para economistas II, a cuyos resultados se le aplicó el Alfa de Cronbach para comprobar la consistencia interna del cuestionario. Para Rodríguez y Reguant (2020) la fiabilidad es entendida como la precisión que se tiene con respecto a una característica o atributo, y estos se pueden calcular de diferentes maneras, siendo el Alfa de Cronbach el más utilizado. De acuerdo con la rúbrica aplicada, se obtuvo como resultado de Alfa de Cronbach un valor de 0.985, lo cual indicó que era un instrumento confiable. Así mismo, los resultados de Alfa de Cronbach para las dimensiones obtuvieron valores por encima de 0.9. En las figuras 1, 2 y 3 se muestran los ejercicios planteados en clase a través de la pizarra digital.

Figura 1. Evaluando los saberes previos utilizando la pizarra digital

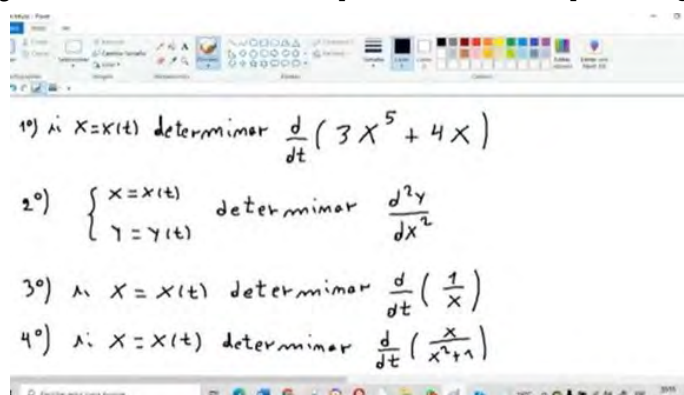


Figura 2. Muestro cómo responder la pregunta utilizando el software IDROO

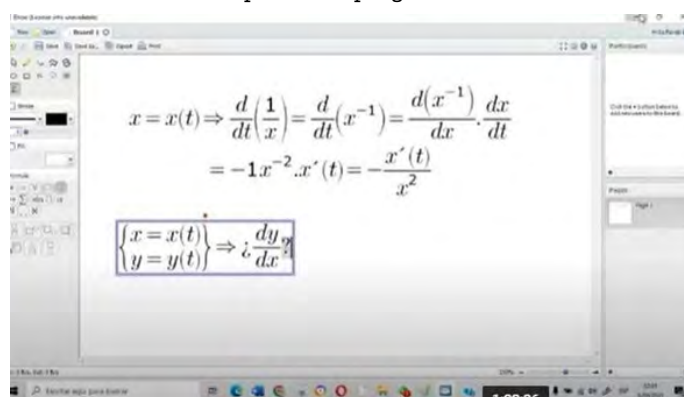
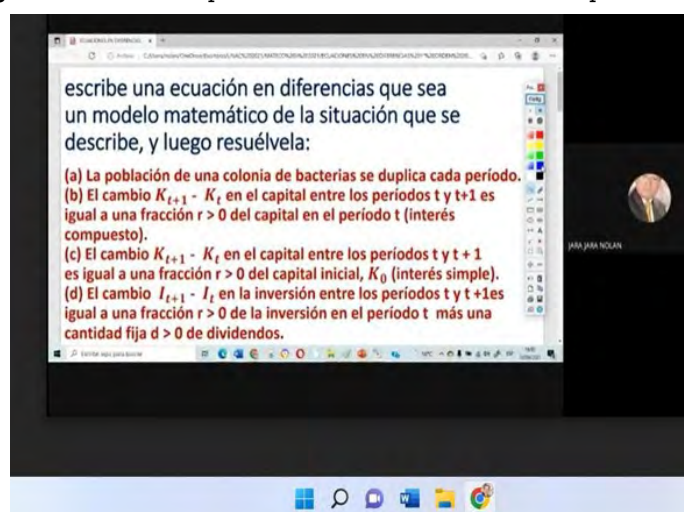


Figura 3. Motivación para ecuaciones en diferencias de primer orden



En lo referente al análisis de los datos, se empleó el programa estadístico de SPSS, versión 26, en el que se empleó la estadística descriptiva e inferencial. La descriptiva se empleó para mostrar los resultados en tablas, pudiéndose comparar los resultados tanto del grupo control como del grupo experimental. En la estadística inferencial se empleó el estadístico de U de Mann-Whitney, lo que permitió aceptar la hipótesis del investigador porque los valores fueron menores al alfa de 0.05. Para decidir sobre esta prueba estadística, se aplicó la prueba de normalidad, en este caso se aplicó el estadístico de Kolmogórov-Smirnov, cuyos valores de significancia fueron menores a 0.05 (Anexo 3). Con este valor se decidió sobre una prueba no paramétrica, en este caso fue U de Mann Whitney.

2.3. Consideraciones éticas

El estudio se sometió a las consideraciones éticas de la Universidad César Vallejo de Lima, Perú; los principios fueron la beneficencia, no maleficencia, autonomía y justicia. En función a cada uno de los mencionados, la beneficencia fue puesta en práctica mediante la aplicación de la metodología *e-learning* para el desarrollo de las competencias matemáticas; es decir, los estudiantes recibieron un beneficio que los acompañará a lo largo de su vida personal y profesional. El principio de no maleficencia se manifestó mediante el uso responsable de las respuestas, las cuales fueron empleadas exclusivamente para el estudio y no para otro propósito que pueda perjudicar al participante. El principio de autonomía fue expuesto mediante la decisión voluntaria del estudiante a participar en la investigación, sin que su prevalencia en el estudio sea coaccionada. Para ello, se utilizó un formato de consentimiento informado, el cual fue firmado por cada uno de los estudiantes, en este documento se explicó sobre el propósito de la investigación y el compromiso del investigador. En cuanto al principio de justicia, se desarrolló mediante el trato igualitario, justo y sin discriminación y sin preferencias por ningún estudiante.

3. Resultados

3.1. Resultados descriptivos

Tabla 1. Niveles de las competencias matemáticas en el pretest y postest

			Inicio	Proceso	Logro esperado	Logro destacado	Total
Grupo control	Pretest	fi	40	0	0	0	40
	Postest	fi	40	0	0	0	40
Grupo experimental	Pretest	fi	41	2	0	0	43
	Postest	fi	0	25	13	5	43

Fuente: datos recolectados del estudio y procesados en SPSS 26.

La tabla 1 muestra los resultados descriptivos del pretest y postest mediante la prueba de conocimiento. Se obtuvo que en el grupo control el 100 % de los estudiantes demostraron un nivel de inicio en las competencias matemáticas, y esto se debe a que en este grupo no se aplicó el programa *e-learning*. Sin embargo, en el grupo experimental en el pretest, el 95 % de los estudiantes universitarios se ubicaron en el nivel de inicio y 5 % en el nivel en proceso. En cambio, en el postest se pudo apreciar un avance interesante, pues el 58 % de los estudiantes pasaron al nivel en proceso, el 30 % se ubicó en logro esperado y el 12 % en logro destacado. Se evidenció que todos los estudiantes pudieron mejorar sus competencias matemáticas en las capacidades cognitivas, procedimentales, actitudinales e investigativas.

3.2. Resultados inferenciales y contraste de hipótesis

H_0 . El *E-learning* como estrategia didáctica no influye significativamente en la mejora de las competencias de matemática en estudiantes universitarios.

H_1 . El *E-learning* como estrategia didáctica influye significativamente en la mejora de las competencias de matemática en estudiantes universitarios.

Tabla 2. Rango y estadístico de prueba para la mejora de las competencias matemáticas

Competencias matemáticas		N	Rango promedio	Suma de rangos
Pretest	Grupo control	40	44,01	1760,50
	Grupo experimental	43	40,13	1725,50
	Total	83		
Postest	Grupo control	40	20,50	820,00
	Grupo experimental	43	62,00	2666,00
	Total	83		
			Pretest	Postest
U de Mann-Whitney			779,500	,000
Z			-,736	-7,844
Sig. asintótica(bilateral)			,461	,000

Fuente: datos recolectados del estudio y procesados en SPSS 26.

Se observa en la tabla 2 que el rango promedio en el grupo control en el pretest fue de 44.01 y en el postest de 20.50; en este grupo no se aplicó ningún programa. A diferencia del grupo experimental, que obtuvo un rango promedio de 40.13 en el pretest y 62.00 en el postest, y donde hubo un cambio significativo en las competencias matemáticas que corresponden a las capacidades cognitivas, procedimentales, actitudinales e investigativas. Asimismo, mediante el

estadístico de U de Mann-Whitney se reportó que en el posttest el valor fue de 0.000, lo que significó que se acepte la hipótesis del investigador, concluyendo que el *e-learning* como estrategia didáctica influye significativamente en la mejora de las competencias de matemática en estudiantes universitarios.

Prueba de hipótesis específicas

H_0 . El *E-learning* como estrategia didáctica no influye significativamente en la mejora de las capacidades específicas de las competencias de matemática en estudiantes universitarios.

H_1 . El *E-learning* como estrategia didáctica influye significativamente en la mejora de las capacidades específicas de las competencias de matemática en estudiantes universitarios.

Tabla 3. Estadístico de prueba para la mejora de las capacidades específicas de las competencias matemáticas

Capacidades	Cognitivas		Procedimentales		Actitudinales		Investigativas	
Prueba	Pretest	Posttest	Pretest	Posttest	Pretest	Posttest	Pretest	Posttest
U de Mann-Whitney	849.000	142.500	774.500	102.000	714.500	0.000	848.500	79.000
Z	-0.104	-6.629	-0.794	-7.065	-1.359	-7.881	-0.107	-7.149
Sig. asintótica	0.917	0.000	0.427	0.000	0.174	0.000	0.915	0.000

Fuente: datos recolectados del estudio y procesados en SPSS 26.

En la tabla 3 se muestran todas las capacidades de las competencias matemáticas y se observa que con la aplicación del estadístico de U de Mann-Whitney hay una diferencia importante entre el pretest y posttest en todas las capacidades, pues los valores del posttest tienden a ser menores al del pretest. Asimismo, en cuanto a la significancia asintótica, todos los valores en el posttest son inferiores al alfa de 0.05, lo que permitió aceptar todas las hipótesis específicas y concluir que el *e-learning* influyó significativamente en cada una de las capacidades de las competencias matemáticas en estudiantes de una universidad pública.

4. Discusión

En respuesta al objetivo general, se pudo observar en los resultados que entre los rangos promedios en el pretest no existe diferencia importante; en cambio en el posttest las diferencias son notorias, es decir, que en el grupo control fue de 20.50 y en el grupo experimental fue de 62.00. Asimismo, esta diferencia se aprecia en el estadístico de U de Mann Whitney, pues el valor en el pretest fue

de 779.500 y en el postest de 0.000. Sin embargo, lo más importante para determinar la validez de la hipótesis del investigador fue la significancia asintótica, que en el postest fue de 0.000; valor inferior al alfa de 0.05, con lo que se aceptó la hipótesis del investigador. Estos resultados son similares a los reportados por Leyva y Leyva (2022), quienes indicaron que el grupo experimental de su investigación obtuvo en el pretest una nota desaprobatoria de 4.22 antes de iniciar con el programa propuesto. Sin embargo, luego de la aplicación del programa, el puntaje promedio obtenido fue de 16; es decir, hubo un cambio importante en sus competencias matemáticas. Es por ello que concluyeron que el programa que emplearon fue efectivo y logró el objetivo inicial que se plantearon. Al respecto, es importante agregar que para muchos estudiantes les es complicado mejorar sus competencias matemáticas por la dificultad que presentan para el aprendizaje, pero precisamente estos programas ayudan a obtener mejores resultados y se convierten en motivadores que contribuyen a que el estudiante despierte el interés por esta materia empleando las tecnologías de la información.

Del mismo modo, Salvatierra y colaboradores (2021) presentaron resultados que corroboran lo encontrado en la investigación haciendo uso del programa Khan Academy con la intención de que los estudiantes universitarios de Cálculo I mejoren sus condiciones matemáticas. Es así que el GE reportó un promedio de 11.5 en el pretest, puntaje realmente bajo. Sin embargo, este valor se incrementó en 16.4 luego de la aplicación del programa mencionado, demostrando su utilidad en el cambio obtenido en estas competencias. Es por ello que el GE presentó en sus conclusiones que el programa empleado fue útil para concretar cambios en los estudiantes en sus competencias matemáticas, resaltando que las TIC, siendo herramientas comunes en la actualidad empleadas por los jóvenes, presentan mayores facilidades para el aprendizaje de las matemáticas si se emplea esta herramienta.

Estos resultados se sustentan en la teoría del conectivismo, la cual sustenta el empleo de las TIC en el sistema educativo; este modelo es innovador porque integra varias teorías que se enfocan para sustentar el aprendizaje (García, 2009). Asimismo, responde a los cambios de la actualidad en el aprendizaje, el cual no se sujeta a las conjeturas de las teorías conductistas, cognitivistas y constructivistas que respondían al tipo de aprendizaje de las personas en tiempos que no se usaba el computador como medio de aprendizaje (Gargicevich, 2020). Al respecto, este aprendizaje se entiende como el comportamiento natural de la mente para adaptarse y formar redes que se interconectan y disipan con otras para formar conocimiento con la información que recibe del exterior (Palacios Garay *et al.*, 2021). Es por ello que al *e-learning* se le conoce como el aprendizaje electrónico, porque integra las tecnologías transformando el proceso de aprendizaje en versión digital (Saleh, 2022).

De manera colateral, para llegar al éxito en la implementación del *e-learning*, es necesario que confluyan otros factores; tal es el caso de las aulas virtuales, que se han elaborado con la intención de complementar el aprendizaje en línea, empleando la misma herramienta conocida por los estudiantes de esta época, sirviendo como un motivador de su aprendizaje, sin descuidar la labor del docente, que es la de monitorear ese aprendizaje (Artyukhina *et al.*, 2019; Cabanillas García *et al.*, 2019).

En ese sentido, el docente se convierte en el elemento principal de este sistema, pues prácticamente es el facilitador de esta cadena de aprendizaje, cuyo proceso no sería posible sin su intervención permanente, razón por la cual debe cumplir con las competencias que solicita este nuevo sistema de aprendizaje con la finalidad de ser el orfebre de las capacidades del estudiante en la competencia matemática (Saleh, 2022).

En lo que respecta a las hipótesis específicas, se observó que todas las hipótesis fueron aceptadas porque el valor de la significancia asintótica fue menor a 0.05; demostrando con ello que existe influencia significativa del *e-learning* en las capacidades cognitivas, procedimentales, actitudinales e investigativas de las competencias de matemática en estudiantes universitarios. En lo que se refiere a los resultados de las capacidades cognitivas, estos son comparables con el estudio de Llatas (2020) que, al aplicar la metodología de proyectos, pudo concluir que esta o cualquiera que se emplee para estimular la capacidad cognitiva haciendo uso de las tecnologías de la información se deben implementar en los centros de estudio. Asimismo, Neri y colaboradores (2020) realizaron una investigación haciendo uso de la herramienta Google para el aprendizaje de la matemática financiera. En sus resultados demostró mediante el estadístico de U de Mann-Whitney que el GE en el posttest mostró un rango promedio superior al pretest. Concluyó que la herramienta Google es útil en el aprendizaje de la matemática financiera demostrando la mejora de la capacidad cognitiva en este aspecto.

En referencia a la capacidad procedimental, estos resultados son similares al estudio de Giraldo (2021), que aplicó la metodología del Steam para estimular la capacidad procedimental de estudiantes universitarios en Colombia, encontrando resultados positivos en el posttest y concluyendo que es una metodología que se debe aplicar en las diversas universidades. Del mismo modo, Wahyuni y Jasmaniah (2021) registraron resultados positivos en las competencias matemáticas de estudiantes en Indonesia con la aplicación del *e-learning*. Concluyeron ellos que la metodología del *e-learning* contribuye al aprendizaje autorregulado de estudiantes universitarios del área de matemática, por lo que recomendaron su aplicación en otros cursos.

En cuanto a las capacidades actitudinales, habiéndose notado influencia positiva del *e-learning* en los estudiantes universitarios, se encontró similitud con el estudio de Leyva y Leyva (2022), quien aplicó en él un programa de ingeniería, concluyendo que la valoración actitudinal de los estudiantes ante la matemática alcanzó un nivel aceptable, decidiendo que el programa se debe diseminar en otras materias de estudio para alcanzar el mismo propósito. Asimismo, Mamolo (2022), en Filipinas, demostró que la motivación para el aprendizaje de la matemática es importante para alcanzar el desarrollo de las competencias; su estudio cuasiexperimental en la Universidad Estatal de Visayas concluyó que la motivación matemática de dichos estudiantes disminuyó en función a la poca conectividad que tuvieron en época de pandemia, lo que causó la falta de actitud e indiferencia hacia la matemática.

En relación con los resultados obtenidos en la capacidad investigativa, en la que se concluyó que el *e-learning* influye significativamente en esta capacidad, Sutarra y colaboradores (2021) agregaron al respecto que la estimulación de la competencia matemática facilita la comprensión de diversos temas, es decir, va más allá de la comprensión para solucionar problemas, pues se emplea para interpretar la realidad nacional y social, así como los aspectos económicos y los hechos históricos. Del mismo modo, Moreno-Guerrero *et al.* (2020) presentaron, entre las ventajas que trae la estimulación de esta competencia, el desarrollo del intelecto del estudiante, promoviendo la creatividad y la autonomía, que son características que requeridas para la producción investigativa.

En lo que respecta a las implicancias teóricas del estudio, este refuerza la teoría del aprendizaje constructivista, sugiriendo que la estrategia de *e-learning* es una herramienta efectiva para mejorar las competencias matemáticas en los estudiantes del presente estudio, y esto es demostrado a través de la influencia de esta estrategia en las capacidades cognitivas, procedimentales, actitudinales e investigativas. Conjuntamente con ello, se resalta la integración de la tecnología en la educación superior y, asimismo, a través de la evidencia de los resultados, se concluye que estos enriquecen el marco teórico sobre la enseñanza de las matemáticas. Del mismo modo, este enfoque invita a que se reconsidere la formación de los docentes en el uso herramientas digitales educativas.

En cuanto a las limitaciones del estudio, este se dirige al tamaño de la muestra, que es relativamente representativo de la población universitaria. Esta característica hace que presente limitaciones a la hora de generalizar los resultados. Además, el diseño empleado no ha permitido establecer relaciones causales definitivas, en función de que todas las variables externas que influyen en el aprendizaje no son controlables. Otra de las limitaciones es la duración del programa *e-learning*, porque no permite evaluar los cambios a largo plazo en

las competencias matemáticas. Por último, la limitación de herramientas tecnológicas puede generar exclusión en algunos estudiantes que no cuentan con internet o con equipos electrónicos, situación que plantea condiciones desfavorables para la equidad.

En función a lo mencionado, las futuras investigaciones pueden plantear estudios que exploren la efectividad del *e-learning* en diferentes disciplinas académicas, lo que permitiría analizar el enfoque más allá de las matemáticas. Al mismo tiempo, es necesario que se realicen estudios longitudinales cuyo propósito sea la evaluación del impacto de la estrategia *e-learning* en el largo plazo. Por otro lado, otro de los sentidos que podrían asumir estudios futuros es investigar sobre la percepción de los docentes ante el uso de las tecnologías en el aula y cómo estas pueden integrarse a su práctica pedagógica. Finalmente, es importante conocer el impacto del *e-learning* en diversas poblaciones de estudiantes, incluyendo aquellos que integran contextos socioeconómicos diferentes, con lo que se podría considerar la variable equidad para el acceso a la educación.

En lo que se refiere a las implicancias pedagógicas, los hallazgos sugieren que los docentes deben integrar a su práctica pedagógica las metodologías de *e-learning*, y esto implica no solamente la adopción de plataformas digitales, sino asumir una formación continua en el uso de herramientas tecnológicas que contribuyan al aprendizaje activo y colaborativo. Además, deben complementar su práctica con el uso de actividades que fomenten la participación activa y el trabajo en equipo, motivando a los estudiantes y aprovechando las ventajas que proporciona la educación en línea.

Conclusiones

En relación con el objetivo general de esta investigación, se ha comprobado que la aplicación del *e-learning* ha mejorado las competencias matemáticas de los estudiantes universitarios, quienes han pasado de un nivel inicial a un nivel de logro esperado y logro destacado. Por tal motivo, se concluye que el *e-learning* como estrategia didáctica influye significativamente en la mejora de las competencias de matemática en estudiantes universitarios, lo que va a permitir que estas competencias puedan ser aplicadas para plantear y solucionar problemas matemáticos y cotidianos en sus vidas personales y profesionales. Asimismo, estos resultados muestran que el aprendizaje en línea no solo es efectivo, sino que es más atractivo para los estudiantes, motivándolos a continuar aprendiendo porque es una estrategia alineada a los tiempos modernos, con estudiantes que son compatibles con el uso de la computadora. Del mismo modo, estos hallazgos coinciden con estudios previos que muestran experiencias sobre el uso de

las plataformas digitales y el propósito de obtener un aprendizaje interactivo y personalizado, permitiendo que los estudiantes avancen a su propio ritmo, accediendo a recursos tecnológicos y digitales que refuerzan su formación.

Al respecto, el desarrollo de las competencias matemáticas no solo contribuye a la solución de problemas, sino que también ayuda a interpretar la realidad circundante del estudiante en aspectos económicos e históricos, entre otros. Es por ello que la estimulación de estas competencias es favorable para los estudiantes y debe fomentarse desde la educación básica, porque es una competencia que la persona empleará en los diferentes aspectos de su vida diaria. Otro aspecto a tener en cuenta en el desarrollo de las competencias matemáticas es la motivación del estudiante o la actitud de este hacia las mismas, y es por ello que el docente, mediante el empleo de las tecnologías de la información o la integración del *e-learning*, emplea las herramientas que el estudiante ya está familiarizado; en tal sentido, es importante que emplee estrategias para despertar el interés en las matemáticas y desarrollar facultades que el estudiante empleará siempre.

En la actualidad, en las diferentes casas universitarias, la producción literaria e investigativa es aún limitada, porque no se han estimulado las capacidades investigativas desde temprana edad; con la estimulación de estas capacidades el estudiante estará entrenado para esta actividad, porque desarrolla el intelecto, promueve la creatividad y la autonomía, características que se requieren para la producción investigativa. El sistema educativo universitario debe priorizar esta capacidad; sin embargo, es complicado que esta se desarrolle en el corto plazo, y por tal razón esta se debe trabajar desde temprana edad. Es aquí donde interviene el rol del docente, y en tal sentido los resultados de los estudios revisados subrayan el rol del docente en este proceso de aprendizaje en línea. La tecnología tiene un papel preponderante, pero la intervención del docente es fundamental para guiar y monitorear el progreso de los estudiantes. Para tal efecto, los docentes deben estar capacitados en el uso de herramientas digitales, así como en metodologías de enseñanza que fomenten la interacción y el aprendizaje colaborativo, lo que conlleva a que las instituciones universitarias y educativas en general inviertan en la formación de los maestros con la finalidad de que se adapten a las demandas actuales del entorno educativo.

Referencias

- Albarracín-Villamizar, C. Z., Hernández-Suárez, C. A. y Prada-Núñez, R. (2020). Objetos de aprendizaje y desarrollo de habilidades del pensamiento numérico: análisis mediante un diseño cuasiexperimental. *AiBi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 8(3), 131-137. <https://doi.org/10.15649/2346030X.725>

- Alsina, A., Abarca, M. y Grabulosa, I. (2020). Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 105, 119-139. <http://hdl.handle.net/10256/18673>
- Alsina, A., Maurandi, A., Ferre, E. y Coronata, C. (2021). Validating an Instrument to Evaluate the Teaching of Mathematics Through Processes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 559-577. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10064-y>
- Ansina, A. (2021). Comprender y usar las matemáticas: cambios curriculares, desafíos docentes y oportunidades sociales. *Realidad y Reflexión*, 53(53), 14-39. <https://camjol.info/index.php/RyR/article/view/10881>
- Arias Gonzáles, J. L. (2020). *Proyecto de tesis. Guía para la elaboración*. https://www.academia.edu/69034600/Proyecto_de_Tesis_Gu%C3%ADa_para_la_Elaboraci%C3%B3n_compressed
- Artyukhina, M., Erokhina, T., Voronko, T., Savadova, A. y Cherkassky, P. (2019). Organization Of E-learning Mathematics at The University. *Edulearn19 Proceedings*, 5019-5023. <https://doi.org/10.21125/edulearn.2019.1243>
- Aznar Sala, F. J. (2020). La Educación Secundaria en España en Medio de la Crisis del Covid-19. *International Journal of Sociology of Education*, 8(4), 53-78. <http://doi.org/10.17583/rise.2020.5749>
- Barón Pinto, L. L. (2020). Competencias investigativas en docentes de la asignatura de investigación de educación básica y media. *Mérito-Revista de Educación*, 2(4), 12-31. <https://doi.org/10.33996/merito.v2i4.129>
- Basurto-Mendoza, S. T., Moreira-Cedeño, J. A., Velásquez-Espinales, A. N. y Rodríguez-Gámez, M. (2021). El conectivismo como teoría innovadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje del idioma inglés. *Revista Polo del Conocimiento*, 6(1), 234-252. <https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/2134>
- Bernal-Garzón, E. (2020). Aportes a la consolidación del conectivismo como enfoque pedagógico para el desarrollo de procesos de aprendizaje. *Revista Innova Educación*, 2(3), 394-412. <https://doi.org/10.35622/j.rie.2020.03.002>
- Cabanillas García, J. L., Luengo González, R. y Carvalho, J. L. (2019). Análisis de los objetos de aprendizaje y de la percepción docente del campus virtual de la Universidad de Extremadura. *International Journal of Information and Software Engineering for Big Companies*, 6(2), 41-61. <http://www.uajournals.com/ojs/index.php/ijisebc/article/view/593>
- Cabezas Mejía, E., Andrade Naranjo, D. y Torres Santamaría, J. (2018). *Introducción a la metodología de la investigación científica*. Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. <https://repositorio.espe.edu.ec/bitstreams/cf45da37-8d9c-431d-b59d-2c6ec824ef74/download>
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe [Cepal]. (2020, agosto). *La educación en tiempos de Covid-19*. Naciones Unidas. <https://hdl.handle.net/11362/45904>
- Choudhury, S. y Pattnaik, S. (2020). Emerging themes in e-learning: A review from the stakeholders' perspective. *Computers y Education*, 144, 103657. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103657>
- Conde-Carmona, R. J., Fontalvo Meléndez, A. A. y Padilla-Escorcía, I. A. (2021). El uso de la tecnología en la enseñanza del límite para el fortalecimiento de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria en tiempos de pandemia. *Revista Educación y Ciudad*, (41), 147-170. <https://revistas.idep.edu.co/index.php/educacion-y-ciudad/article/view/2496>

- Cuesta-Borges, A., Garza-González, B. y Herrera-López, H. (2021). Habilidades Procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. *Revista Docentes 2.0*, 11(1), 166-173. <https://doi.org/10.37843/rtd.v11i1.209>
- Daza Damian, G. y Garza González, B. (2020). Estudio de las expectativas de estudiantes mexicanos del nivel medio superior con respecto al Cálculo Diferencial e Integral. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(1), 610-631. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i1p610-631>
- Díaz Tejera, K. I., Fierro Martín, E. R. y Muñoz Pentón, M. A. (2018). Empleo de los entornos virtuales de aprendizaje en la formación de profesionales de la educación. Una experiencia cubana. *Revista Publicando*, 5(16-1), 287-299. <https://revistapublicando.org/revista/index.php/crv/article/view/513>
- Fuentes-Doria, D., Toscano-Hernández, A., Malvaceda-Espinoza, E., Díaz-Ballesteros, J. y Díaz-Pertuz, L. (2020). *Metodología de la investigación*. Universidad Pontificia Bolivariana.
- García Carreño, I. V. (2009). Teoría de la conectividad como solución emergente a las estrategias de aprendizaje innovadoras. *Redhecs: Revista electrónica de Humanidades, Educación y Comunicación Social*, 6(4), 1-25. <https://ojs.urbe.edu/index.php/redhecs/article/view/622>
- Gargicevich, A. (2020). En tiempos de pandemia y cuarentena: el conectivismo como nueva teoría de aprendizaje en la era digital. *Revista Agromensajes*, (56), 5-8. https://fcagr.unr.edu.ar/wp-content/uploads/2023/09/AM56_revista.pdf
- Giraldo Monsalve, R. A. (2021). *El enfoque STEM: Desarrollo de competencias matemáticas y mecánicas en estudiantes de género femenino de educación básica secundaria* [tesis doctoral, Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, Umecit]. Repositorio institucional. <https://repositorio.umecit.edu.pa/handle/001/4621>
- Grisales Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. <http://dx.doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Hernández-Sampieri, R. y Mendoza Torres, C. P. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mc Graw Hill Education.
- Hernández Fernández, E. L. (2020). Proyecto ICT dreams y su aplicabilidad en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas*, 13(5), 82-89. <https://publicaciones.uci.cu/index.php/serie/article/view/571>
- Hernández Sánchez, I. B., Lay, N., Herrera, H. y Rodríguez Borbarán, M. (2021). Estrategias pedagógicas para el aprendizaje y desarrollo de competencias investigativas en estudiantes universitarios. *Revista de Ciencias Sociales*, 27(2), 242-255. <https://doi.org/10.31876/rcs.v27i2.35911>
- Hurtado Cruz, J. Y. (2020). *Funciones cognitivas y niveles de desempeño en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de educación básica en Colombia: un estudio de caso* [tesis doctoral, Universidad de Cartagena]. Repositorio Digital. <http://dx.doi.org/10.57799/11227/130>
- IACC (2020). *Referencias para el desarrollo de proyectos en formato online para la educación superior*. <https://educacionsuperior.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/49/2020/04/Desarrollo-Proyectos-Online-v2.pdf>
- Johnson, J. (2019). Data Structuring in Alzheimer's Research. *Undergraduate Research and Creative Inquiry Symposia*, 136. <https://digital.library.ncat.edu/ugresearchsymposia/136>

- Leyva Gonzáles, N. R. y Leyva Sierra, B. (2022). Comparación de las competencias matemáticas antes y durante la implementación del Programa de Estudios Generales. *Revista Horizonte de la Ciencia*, 12(22), 7-21. <https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2022.22.1065>
- Llatas Villanueva, F. D. (2020). *Metodología basada en proyectos para desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Alas Peruanas-Jaén- 2019* [tesis doctoral, Universidad César Vallejo]. Repositorio digital institucional. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/47471>
- Mailizar, A., Almanthari, A., Maulina, S. y Bruce, S. (2020). Secondary School Mathematics Teachers' Views on *E-learning* Implementation Barriers during the Covid-19 Pandemic: The Case of Indonesia. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(7). <https://doi.org/10.29333/ejmste/8240>
- Mamolo, L. A. (2022). Online learning and Students' Mathematics Motivation, SelfEfficacy, and Anxiety in the New Normal. *Hindawi Education Research International*, 1-10. <https://doi.org/10.1155/2022/9439634>
- Martínez-Bustos, P., Niebles-Núñez, W. y Niebles-Núñez, L. (2020). Competencias matemáticas como factor de éxito en la prueba pro en universidades de Barranquilla, Colombia. *Educación y Humanismo*, 22(38), 1-16. <https://doi.org/10.17081/eduhum.22.38.3590>
- Ministerio de Educación del Perú [Minedu]. (2013). *Rutas del aprendizaje. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/4412>
- Moreno Bayardo, M. G. (2000). *Introducción a la Metodología de la investigación Educativa II*. Editorial Progreso.
- Moreno-Guerrero, A. J., Aznar-Díaz, I., Cáceres-Reche, P. y Alonso-García, S. (2020). *E-learning* in the teaching of mathematics: an educational experience in adult high school. *Mathematics*, 8(5), 1-16. <https://doi.org/10.3390/math8050840>
- Neri Ayala, A. C., Ramos y Yovera, S. E. y Caro Soto, F. G. (2020). Herramientas google en el aprendizaje de matemática financiera en los estudiantes universitarios. *Telos, Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 22(2), 429-444. <https://doi.org/10.36390/telos222.13>
- Palacios Garay, J. P., Flores-Sotelo, W. S., Castillo-Sáenz, A. R., Chipana-Fernández Y. M. M., Y., García Quispe, G. B. y Díaz-Pérez, J. J. (2021). Attitude of University Students towards *e-learning* in Times of Pandemic. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 13(2), 568-577. https://www.int-jecse.net/article/Attitude+of+University++Students+towards++e-learning+in+Times+of++Pandemic_250/
- Qian, Y. (2018). Application Research of *E-learning* Network Teaching Platform in College English Reading Teaching. *Educational Sciences: Theory y Practice*, 18(5), 1819-1827. <https://jestp.com/article-detail/?id=269>
- Rocha Feregrino, G., Juárez López, J. A., Fuchs Gómez, O. L. y Rebolledo Méndez, G. (2020). El rendimiento académico y las actitudes hacia las matemáticas con un sistema tutor adaptativo. *PNA*, 14(4), 271-294. <https://doi.org/10.30827/pna.v14i4.15202>
- Rodríguez-Rodríguez, J. y Reguant-Álvarez, M. (2020). Calcular la fiabilidad de un cuestionario o escala mediante el SPSS: el coeficiente alfa de Cronbach. *REIRE Revista d'Innovació i Recerca en Educació*, 13(2), 1-13. <https://doi.org/10.1344/reire2020.13.230048>

- Rodríguez Vera, F. C. (2017). *Aprendizaje basado en proyectos en el nivel de competencias investigativas en estudiantes de Instituto Pedagógico. Trujillo* [tesis doctoral, Universidad César Vallejo]. Repositorio digital institucional. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/22688>
- Rubio, M. J., Torrado, M., Quirós, C. y Valls, R. (2018). Autopercepción de las competencias investigativas en estudiantes de último curso de pedagogía de la universidad de Barcelona para desarrollar su trabajo de fin de grado. *Revista Complutense de Educación*, 29(2), 335-354. <https://doi.org/10.5209/iced.52443>
- Saleh, E. (2022). Using *E-learning* Platform for Enhancing Teaching and Learning in the Field of Social Work at Sultan Qaboos University, Oman. En M. M. C. Shohel (ed.), *E-learning and Digital Education in the Twenty-First Century*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.94301>
- Salvatierra Melgar, A., Romero, S. y Shardin Flores, L. (2021). Khan Academy: fortalecimiento del aprendizaje de Cálculo I en estudiantes universitarios. *Propósitos y representaciones*, 9(1), e1042. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2021.v9n1.1042>
- Sutarna, N., Muhamad Zaenal, R. y Adbul Manan, N. (2021). The effectiveness of *E-learning* based learning models to improve primary school students' numeracy ability during the Covid-19 pandemic. *AIP Conference Proceedings*, 2438(1). <https://doi.org/10.1063/5.0071603>
- Unesco (2020). *Informe de políticas: La educación durante la Covid-19 y después de ella*. https://www.un.org/sites/un2.un.org/files/2020/09/policy_brief_-_education_during_covid-19_and_beyond_spanish.pdf
- Vialart Vidal, M. N. y Medina González, I. (2018). Empleo de los entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje por los docentes en los cursos por encuentro de la carrera de Enfermería. *Educación Médica Superior*, 32(3). <http://ems.sld.cu/index.php/ems/article/view/1481/688>
- Vílchez Guizado, J. y Ramón Ortiz, J. A. (2020). Clase invertida: implicancias en el desarrollo de competencias matemáticas en educación secundaria. *Conrado*, 16(76), 225-233. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442020000500225
- Wahyuni, R. y Jasmaniah, N. (2021). The Effect of *E-learning* Towards the Implementation of Self-Regulated Learning (SRL) to the Students of Mathematics Education Study Program at Almuslim University. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research (Proceedings of the 1st International Conference on Mathematics and Mathematics Education [ICMMED 2020])*, 550, 167-171. <https://doi.org/10.2991/assehr.k.210508.060>
- Yassine, S., Kadry, S. y Sicilia, M. A. (2020, mayo). Statistical Profiles of Users' Interactions with Videos in Large Repositories: Mining of Khan Academy Repository. *KSII Transactions on Internet and Information Systems*, 14(5), 2101-2121. <https://doi.org/10.3837/tiis.2020.05.013>
- Yucra Quispe, T. y Bernedo Villalta, L. Z. (2020). Epistemología e Investigación Cuantitativa. *Igobernanza*, 3(12), 107-120. <https://doi.org/10.47865/igob.vol3.2020.88>
- Zaharah, Z., Kirilova, G. I. y Windarti, A. (2020). Impact of Corona Virus Outbreak Towards Teaching and Learning Activities in Indonesia. *Salam: Jurnal Sosial dan Budaya Syar-i*, 7(2), 269-282. <https://doi.org/10.15408/sjsbs.v7i3.15104>

Anexos

Anexo 1. Instrumento de recolección de datos

Respuestas: Muy deficiente (1), Deficiente (2), Regular (3), Bueno (4), Muy bueno (5).

<i>Capacidades cognitivas</i>	1	2	3	4	5
1 Expresa en lenguaje matemático situaciones reales en forma verbal y escrita.					
2 Describe situaciones reales y hace evaluaciones empíricas.					
3 Explica oralmente y por escrito conceptos de ecuaciones en diferencias finitas individualmente y en grupo.					
4 Explica con sus propias palabras conceptos de ecuaciones en diferencias finitas, relacionándolos con casos reales.					
5 Comprende conceptos de ecuaciones en diferencias finitas indicando el orden.					
6 Diferencia casos de sistemas de ecuaciones en diferencias finitas, sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias a partir de un contenido conceptual.					
7 Elige preguntas que propician exploración y análisis con respecto al tema de clase.					
<i>Capacidades procedimentales</i>					
8 Construye correctamente gráficos por el método de la telaraña en el plano cartesiano.					
9 Usa diversas estrategias en el planteamiento de soluciones en las diferentes actividades.					
10 Comenta eficientemente los resultados obtenidos de una actividad presentada.					
11 Aplica algoritmos en la resolución de problemas, describiendo la secuencia de pasos seguidos.					
12 Observa situaciones para hallar propiedades y estructuras comunes.					
13 Formula relaciones entre conceptos de ecuaciones en diferencias finitas de primer y segundo orden.					
14 Efectúa el razonamiento inductivo para reconocer situaciones reales.					
15 Maneja las propiedades de un concepto determinado.					
16 Aplica el razonamiento deductivo para verificar una conclusión.					
17 Organiza objetos matemáticos de acuerdo con diferentes criterios.					
<i>Capacidades actitudinales</i>					
18 Muestra una actitud positiva ante la resolución de problemas, mostrando confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito.					
19 Muestra una actitud de esfuerzo y perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas planteados, manifestando un estilo de trabajo ordenado y metódico.					
20 Valora la importancia que el orden y la claridad tienen en la presentación de los datos y en la búsqueda de la solución correcta.					
21 Asume hábitos de trabajo individual y colabora activa y responsablemente en el trabajo en equipo, manifestando iniciativa para resolver problemas que implican la aplicación de los contenidos estudiados.					

22 Aprecia ideas de forma respetuosa, demostrando flexibilidad para modificar el punto de vista.

23 Valora las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura.

Capacidades investigativas

1 2 3 4 5

24 Utiliza métodos de búsqueda de información relacionados con la metodología de la investigación haciendo uso de las TIC.

25 Formula el problema de investigación de manera clara, precisa y concreta.

26 Las referencias están citadas en el interior del documento y registradas de acuerdo con las normas APA.

27 Demuestra dominio temático y manejo del método científico.

28 Considera los aspectos éticos aplicados en su investigación.

Anexo 2. Evidencias de aplicación de sesiones

Ecuaciones en diferencias de primer orden
Procedimiento para resolver una ecuación en diferencias de primer orden en su forma general

$$y_{t+1} = ay_t + b \quad \text{Solución} \quad y_{t+1} - ay_t = b \dots (i)$$

$$1^\circ) y_{t+1} - ay_t = 0 \dots (ii) ; y_t = r^t \text{ en } (ii) \quad r^{t+1} - ar^t = 0$$

$$r^t(r - a) = 0 \Rightarrow r = a \Rightarrow y_t = a^t \Rightarrow y_t = c_1 a^t \dots (\alpha) \text{ solución general de } (ii)$$

$$2^\circ) \text{ solución particular : } y_t = k, \text{ ¿} k? \text{ en } (i) \quad k - ak = b \Rightarrow k = \frac{b}{1-a}; a \neq 1$$

$$\Rightarrow y_t = \frac{b}{1-a}; a \neq 1 \dots (\beta) \text{ de } (\alpha) \text{ y } (\beta) \quad y_t = c_1 a^t + \frac{b}{1-a}; a \neq 1 \dots (M) \text{ solución general}$$

Observación. Si $a = 1$ en (i) $y_{t+1} - y_t = b \dots (iii)$

$$1^\circ) y_{t+1} - y_t = 0 \dots (iv) ; y_t = r^t \text{ en } (iii) \quad r^{t+1} - r^t = 0$$

$$r^t(r - 1) = 0 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow y_t = 1^t = 1 \Rightarrow y_t = c_2 \dots (\gamma) \text{ solución general de } (iii)$$

$$2^\circ) \text{ solución particular : } y_t = kt, \text{ ¿} k? \text{ en } (iii) \quad k(t+1) - kt = b \Rightarrow k = b \Rightarrow y_t = bt \dots (\zeta)$$

de } (\gamma) \text{ y } (\zeta) \quad y_t = c_2 + bt ; a = 1 \dots (N) \text{ solución general}

$$\text{de } (M) \text{ y } (N) \quad y_t = \begin{cases} c_1 a^t + \frac{b}{1-a}; a \neq 1 \\ c_2 + bt; a = 1 \end{cases} \quad \text{Nolan Jara Jara}$$

Created with iDroo.com

The screenshot shows a Google Jamboard interface with a single slide containing the mathematical derivations for solving first-order difference equations. The text is handwritten in black ink on a light blue background. The derivations follow the same structure as the document above, starting with the general form $y_{t+1} = ay_t + b$ and working through cases for $a \neq 1$ and $a = 1$. The final result is presented as a piecewise function for y_t . The Jamboard interface includes a toolbar on the left with various drawing tools and a top bar with navigation and sharing options. The bottom of the screen shows a Windows taskbar with the date and time.

RAICES MÚLTIPLES
 Sea r una raíz de multiplicidad m . Esta raíz proporciona m soluciones diferentes de la forma:
 $f_j(n) = n^j r^{n-j}, j = 0, \dots, m-1$
Ejemplo. Resolver:
 $1) f(n+2) - 4f(n+1) + 3f(n) = 0, \forall n \in \mathbb{Z}$
 $f(0) = 0; f(1) = 1$
Solución. $r = \{1, 3\}$
 Resolver la ecuación en diferencias completa
 $y_{n+2} - 6y_{n+1} + 8y_n = 9, y_0 = 10, y_1 = 25$
 Resolver la ecuación en diferencias completa
 $y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n = 4$

EJEMPLO Considere las ecuaciones de oferta y demanda siguientes:
 $S_n = 1.5p_{n-1} - 2$
 $D_n = -2p_n + 3$
 $p_0 = 2$
 a. Determine el precio de equilibrio.
 b. Formule y resuelva la ecuación en diferencias del precio.
 c. Halle p_n, S_n y D_n para $n = 1, 2$ y 3 .
 Trace la correspondiente gráfica de telaraña para los primeros tres periodos

Solución a. Determine el precio de equilibrio.
 $1.5p - 2 = -2p + 3$
 $3.5p = 5 \rightarrow p_e = 1.43$

Anexo 3. Prueba de normalidad

Kolmogórov-Smirnov ^a			
	Estadístico	gl	Sig.
PRED1GC	,257	40	,000
PRED2GC	,271	40	,000
PRED3GC	,177	40	,003
PRED4GC	,199	40	,000
PRETGCT	,164	40	,009
POSTD1GC	,257	40	,000
POSTD2GC	,271	40	,000
POSTD3GC	,193	40	,001
POSTD4GC	,199	40	,000
POSTGCT	,155	40	,016
PRED1GE	,226	43	,000
PRED2GE	,188	43	,001
PRED3GE	,211	43	,000
PRED4GE	,166	43	,004
PRETGET	,167	43	,004
POSTD1GE	,198	43	,000
POSTD2GE	,214	43	,000
POSTD3GE	,231	43	,000
POSTD4GE	,192	43	,000
POSTGET	,225	43	,000

Anexo 4. Confiabilidad del instrumento

Variable y dimensiones	Alfa de Cronbach	Ítems
Competencias matemáticas	0.985	28
Capacidades cognitivas	0.944	7
Capacidades procedimentales	0.956	10
Capacidades actitudinales	0.944	6
Capacidades investigativas	0.931	5