EVOLUCIÓN DE LA TEORÍA ECONÓMICA DE LAS FINANZAS: UNA BREVE REVISIÓN*

Rubén Darío Álvarez García

Gustavo Adolfo Ortega Oliveros

Ana María Sánchez Ospina

Mauricio Herrera Madrid

RESUMEN

Para todos los profesionales interesados en el área de las finanzas, sean o no economistas, es muy importante lograr un detallado conocimiento sobre las técnicas y herramientas que se pueden emplear para valorar el riesgo y el rendimiento de aquellos activos en los que se desea invertir.

Este artículo presenta una breve y clara descripción de los distintos modelos que se han desarrollado desde el año 1952, año en el que Harry Markowitz presentó su teoría de portafolios, hasta nuestros días. En otros términos este trabajo presenta la evolución o estado del arte de la Teoría económica de las finanzas.

Palabras clave: Teoría Económica de las Finanzas, Modelo CAPM, Modelo APT, Modelo OPM, Riesgo, Valoración de Activos.

ABSTRACT

For all tose professionals interested in the field of finances, be they economists or not, it is of utmost importance to reach a detailed knowledge over the techniques and instruments that can be used in order to evaluate the risks and the performances of those assets in which one may wish to invest.

This article presents a brief yet clear description over the various models that have been developed since 1952, the year in which Harry Markowitz first introduced his portfolio theory. In other words, this essay presents the evolution or the State-of-the-art of the economical Theory in Financing.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando un agente acumula excedentes monetarios o riqueza generalmente tiene tres alternativas. La primera es conservar estos excedentes en su poder, en cuyo caso, a criterio del tenedor, se tiene la certeza de que estos recursos están bajo su dominio; pero, quienes adopten esta estrategia pueden incurrir en dos costos de oportunidad: el que se genera por los efectos de la variación en los precios (inflación) y el posible rendimiento que obtendría si lo colocara en un activo o en un deposito. La segunda es llevar estos recursos a un deposito en el sistema financiero, en cuyo caso recibiría a cambio un interés o rendimiento. Finalmente, está la alternativa de invertir dichos recursos en un activo en el mercado de valores y obtendría una rentabilidad que puede ser variable o fija.

Sin embargo, cuando los agentes llevan sus recursos al mercado de valores y/o financiero se encuentran con que no es posible conocer con plena certeza cuál es el resultado que van a obtener de su decisión de inversión. Lo anterior se debe a que los mercados financieros y de capitales funcionan bajo condiciones de riesgo, donde los agentes no pueden conocer con seguridad el verdadero resultado que obtendrán por su inversión en activos financieros y de capital, a lo cual se le suele denominar incertidumbre.

Cada que un agente toma la decisión de invertir en un activo financiero o de capital se ve enfrentado a los siguientes tipos de riesgo[1]:

- **Riesgo de pérdida**: El riesgo de que el retorno de los activos sea negativo, es decir, se reduzca el precio del activo y genere una pérdida.
- **Riesgo de oportunidad**: La posibilidad de elegir activos que resulten menos rentables que otros.
- **Riesgo de liquidez**: El riesgo de no encontrar en forma oportuna compra-

dores, unido a la necesidad de vender en el corto plazo.

- **Riesgo de inflación**: Variaciones aceleradas e inesperadas del nivel general de precios que ocasiona efectos negativos o positivos en la capacidad de compra del capital invertido y del rendimiento del mismo.
- **Riesgo tasa de cambio**: Generalmente asociado con los activos internacionales, pero que no se puede descartar el hecho de que también genera efectos en los activos locales.

Generalmente se ha tratado de encontrar una solución a los riesgos enunciados previamente para la toma de decisiones de inversión, tratando de medir las variaciones del rendimiento esperado de los activos.

"La presencia de la incertidumbre hace necesario que las decisiones de inversión se basen en expectativas acerca del verdadero valor futuro de la inversión"[2]. Pero en un mercado que funciona bajo condiciones de incertidumbre, es decir, en el cual no es posible conocer con anticipación y certeza los valores futuros de los activos en los cuales se invierte, ¿Cómo se puede evitar el riesgo? ¿Cómo hacer para que los inversionistas tengan una menor probabilidad de pérdida en sus inversiones? ¿Cómo lograr una aproximación a lo que puede ser la rentabilidad o el precio futuro de un activo?

Para dar respuesta a estos interrogantes, se han desarrollado diversas metodologías que buscan dar estrategias y herramientas para que los inversionistas puedan lograr reducir el grado de incertidumbre cuando se acercan a este mercado. Entre las metodología desarrolladas, a partir de la 1950, se encuentran los siguientes modelos: El Modelo de Medias y Varianzas (MMV)[3], el modelo de mercado de Sharpe[4], el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM)[5], el CAPM multifactor[6], el Modelo de Valoración de Precios a través del Arbitraje (APT)[7] y el modelo de Valoración de Precios a través de Opciones (OPM)[8].

Estos modelos hacen parte de la llamada *Teoría Económica de las Finanzas*, a partir de la cual se brinda al inversionista una serie de herramientas con las cuales puede tratar de reducir el riesgo inherente a cada inversión, facilitándole así la conformación de un portafolio[9] óptimo que maximice la utilidad esperada.

El propósito central de este trabajo es el de presentar en forma concisa y clara la evolución de la teoría de las finanzas. De esta forma, este artículo ha sido dividido en ocho partes principales, incluyendo esta introducción. En la segunda parte, se describen las características principales del Modelo de Medias y Varianzas. En la tercera parte, se presenta el modelo de mercado de Sharpe. En la cuarta parte, detalla las particularidades del Modelo de valoración de Activos de Capital. En la quinta parte, se ilustran las características del modelo CAPM multifactor. En la sexta parte, se especifican las propiedades del modelo de valoración de Precios a Través del Arbitraje. En la séptima parte, se muestran las propiedades del Modelo de Valoración de Precios a través de Opciones. Finalmente, en la octava parte se presentan algunas apreciaciones y consideraciones de los autores sobre las metodologías descritas.

2. MODELO DE MEDIAS Y VARIANZAS

Este modelo fue desarrollado por Harry Markowitz en 1952, y se conoce comúnmente como la teoría moderna del portafolio, trabajo que lo hizo merecedor del premio Nobel en el año de 1990[10].

El gran aporte de Markowitz fue averiguar que combinando dos o más valores es posible conseguir una mejor relación rentabilidad-riesgo[11], medido éste por la desviación típica. El punto de partida es la aversión natural del inversor hacia el riesgo, es decir, entre dos inversiones con la misma rentabilidad se preferirá aquella con menor riesgo y por una inversión con más riesgo el inversor exigirá también una mayor rentabilidad.

Harry Markowitz ofrece una técnica, de tipo normativo, que le permite al inversionista desarrollar un criterio de decisión sobre la conformación del portafolio óptimo. Basado en la teoría microeconómica de elección del consumidor bajo incertidumbre, el autor logra sintetizar la distribución de probabilidad de cada uno de los **n** activos que conforman el portafolio en dos parámetros: la media como medida del rendimiento medio esperado y la varianza (semi-varianza[12] o desviación estándar) como medida del nivel de riesgo. Lo cual resulta más apropiado por que no se necesita conocer la distribución de probabilidad del rendimiento como sucede con el modelo de máxima utilidad esperada, desarrollado por John Von Neumann y Óscar Morgenstern[13]

El problema básico del modelo planteado por Harry Markowitz se resume como:

$$\text{Max UE} = f(\overline{r_p}, \sigma_{rp}) \qquad \text{S.A} \quad \sum_{i=n}^{n} w_i = 1 \qquad [1]$$

Donde UE es la utilidad esperada, expresada en función del rendimiento esperado del portafolio $\overline{r_p}$ y el riesgo del portafolio σ_{rp}. La maximización de esta utilidad estará sujeta a la restricción presupuestaria, la cual hace referencia a la participación de cada activo financiero dentro del portafolio. Estas participaciones deben sumar la unidad, ya que se parte del supuesto de que el individuo gasta todo su presupuesto en la adquisición de los diferentes activos, y además esta inversión es de largo plazo y en el corto plazo no se venden los activos[14].

Una vez resuelto el problema de la ecuación [1] el inversionista puede elegir el portafolio óptimo dentro de todos los portafolios factibles, el cual es infinito y surge de las diferentes combinaciones de ponderaciones que puedan formarse a partir de los **n** activos individuales, donde la suma de las ponderaciones de los activos que conforman el portafolio es uno.

Dada la dificultad de elección entre infinitas posibilidades el conjunto de portafolios factibles puede reducirse a finito mediante el criterio del modelo de la media y la varianza[15] como argumento de eficiencia. "... se clasifican todos los portafolios factibles de acuerdo con el retorno esperado, y se conforma un subconjunto con los de menor varianza para cada nivel de rendimiento esperado. De igual forma, pueden clasificarse todos los portafolios factibles de acuerdo con su riesgo y se construye un subconjunto con los de mayor rendimiento esperado para cada nivel de riesgo. Finalmente se seleccionan sólo los portafolios eficientes en ambos subconjuntos y de esta forma se obtiene el conjunto eficiente de portafolios"[16] cuya representación gráfica se denomina frontera eficiente de Markowitz, la cual se logra solucionando el siguiente problema:

$$\text{Min } \sigma_p = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \right]^{1/2}$$

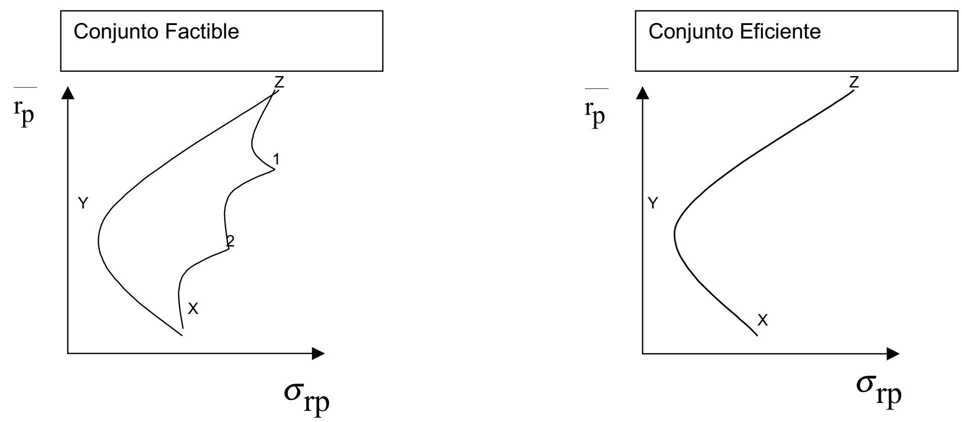
$$\text{Sujeto a} \quad \overline{\bar{r}_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{r}_i} \qquad [2]$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

La solución del anterior problema da como resultado el conjunto de portafolios tales que minimicen el riesgo del portafolio para cada nivel de rendimiento esperado y cumplan con la restricción presupuestaria. Así, el problema anterior tiene una variable exógena: el rendimiento requerido del portafolio , lo que origina que la solución sea un conjunto de portafolios, los eficientes, en lugar de una solución única [17].

La forma del conjunto factible "... puede demostrarse que las combinaciones posibles se situarán en arcos que unen cada par de títulos en el mapa rentabilidad-riesgo. El mayor o menor "abombamiento" de estos arcos dependerá de la correlación (o

Gráfico 1. Conjunto de portafolios factibles y frontera eficiente de Markowitz



de la covarianza) existente entre ambos. En caso en que la correlación entre los dos títulos sea perfecta, sus combinaciones darán lugar a una línea recta"[18].

El portafolio con máximo y mínimo rendimiento esperados está representado por el punto Z y X, respectivamente; el portafolio de mínimo riesgo se ubica en el punto Y. El conjunto factible tiene forma de sombrilla, ya que entre los activos Z y 1, por ejemplo, pueden constituir todos los portafolios comprendidos entre la curva que une al punto Z con 1. Como ya se había mencionado el grado de convexidad dependerá del nivel de correlación existente entre los mismos. La dinámica se presenta de igual manera entre 1 y 2, 2 y X.

Los portafolios eficientes se ubicarán en la frontera creada entre los puntos Y y Z, puesto que representan el mínimo riesgo para cada nivel de rendimiento. Los portafolios ubicados entre los puntos X y Y, sin incluir el portafolio Y, no hacen parte de la frontera eficiente, porque no son preferidos de acuerdo con el modelo de media-varianza. Lo mismo sucede con los portafolios ubicados entre X y Z.

En conclusión, el modelo de Markowitz no pretende maximizar el rendimiento esperado del portafolio, ni tampoco minimizar el riesgo. Lo que pretende es encontrar dentro de un conjunto factible una combinación óptima de rendimiento esperado y riesgo, de acuerdo con las preferencias del inversionista, lo que llevaría a una única solución, ya que dados los supuestos de preferencia, se elegirá una única combinación de rendimiento esperado y desviación estándar entre el conjunto eficiente[19].

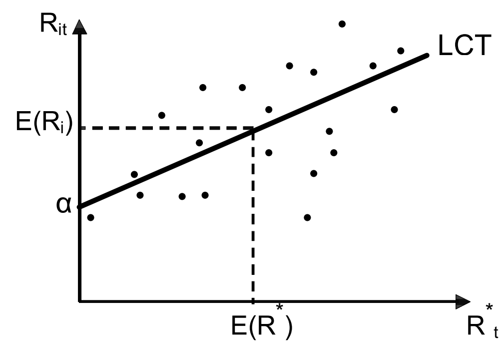
3. MODELO DE MERCADO DE SHARPE[20].

Dada la gran cantidad de estadísticas y cálculos necesarios para la construcción de la frontera eficiente y con el objetivo de hacer aplicable el modelo planteado por Markowitz, William Sharpe introduce dos hipótesis simplificadoras: (i) la relación entre los títulos se debe sólo a su común relación con la cartera de mercado. (ii) la relación entre cada título y el mercado es lineal. Estos dos componentes se encuentran en la siguiente expresión:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i \cdot R_t^* + \varepsilon_{it} \qquad [3]$$

La cual establece que el rendimiento de un activo en el periodo t (R_{it}) está influenciado por el comportamiento del mercado en general, es decir, por el rendimiento del mercado en el periodo t (R_t^*). Los parámetros α_1 y β_1 son la ordenada en el origen y la pendiente de ajuste respectivamente; y ε_i es el término de perturbación aleatoria correspondiente a cada activo y captura las características propias de la empresa. El modelo planteado en la ecuación [3] se estima generalmente por el método de mínimos cuadrados ordinarios[21]. Esta situación se conoce como el modelo del mercado y gráficamente permite obtener la Línea Característica del Título (LCT).

Gráfico 2. Relación rentabilidad del activo i Vs. Rentabilidad del mercado



El valor del β es el nivel de inclinación, la pendiente, de la línea de mercado o LCT. Lo que implica que también mide la sensibilidad de la rentabilidad del activo *i* frente a los cambios que se presentan en la rentabilidad del mercado. Por ejemplo, si decimos que la inclinación de la línea característica de ISA es de 1,5 (su coeficiente de sensibilidad, el Beta), esto significa que un aumento de la rentabilidad del mercado, del Índice Global de la Bolsa de Colombia (IGBC), generará un aumento de 1,5 veces más en ISA, y viceversa.

Este modelo propuesto por Sharpe es solo otra forma de estimar el rendimiento esperado y el riesgo de un activo, así como el grado de relación entre los activos. Por lo tanto, no es un sustituto del modelo de Markowitz sino una manera simplificada de hacer los cálculos para obtener la frontera eficiente. Para esto se debe hallar:

$$\overline{R}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\overline{R}^* \qquad \text{(Retorno medio individual)}$$

$$\sigma_i^2 = \hat{\beta}_i \cdot \sigma_{R^*}^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2 \qquad \text{(Varianza Individual)} \qquad [4]$$

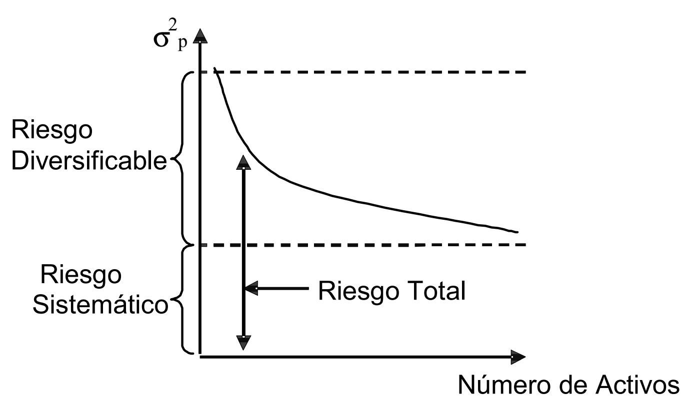
$$\sigma_{ij} = \hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \sigma_{R^*}^2 \qquad \text{(Covarianza entre el retorno de un activo } i \text{ y un activo } j\text{)}$$

Como ya se ha mencionado el riesgo de un activo o del portafolio se puede estimar por la varianza (semivarianza-desviación estándar) sea esta individual o del portafolio en conjunto. A partir de la ecuación [4] se puede observar que el riesgo total de un activo está constituido por dos componentes: (i) *el riesgo sistemático* (representado por $\beta_i.\sigma_{R^*}^2$), esta clase de riesgo se caracteriza porque no puede ser reducido aumentando el número de activos en el portafolio, pues es un riesgo general, no propio de cada activo, sino del mercado en general, y al cual están expuestos todos los activos. (ii) *el riesgo no sistemático* (representado por $\sigma_{\varepsilon i}^2$), el cual constituye el riesgo específico de cada activo, tiene la característica de ser diversificable, es decir, puede reducirse a medida que se aumenta el número de activos en el portafolio.

La proporción del riesgo sistemático con relación al riesgo total del activo se denomina grado de riesgo sistemático ($\beta_i.\sigma_{R^*}^2/\sigma_i^2$); de igual forma, el riesgo diversificable con relación al riesgo total del activo se denomina grado de riesgo específico ($\sigma_{\varepsilon i}^2/\sigma_i^2$). Es claro que la suma de ambas participaciones en el riesgo total del activo debe ser igual a la unidad.

Lo anterior implica que el inversionista debe preocuparse más por el riesgo sistemático que por el diversificable ya que este último se puede reducir mediante una adecuada diversificación. En términos de

Gráfico 3. Riesgo diversificable y Riesgo sistemático



la ecuación [2], el riesgo diversificable se puede expresar como: $\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2$ el cual tiende a reducirse a medida que se incrementa el número de activos, ya que el término de participación w_i se hace más pequeño cuando hay más activos en el portafolio[22].

4. MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL

Willliam Sharpe desarrolló el modelo de valoración de activos de capital, el cual fue publicado en su trabajo de 1964, por este trabajo le fue otorgado en el año de 1990 el premio Nobel de Economía[23]. Otros autores que independientemente y simultáneamente desarrollaron este modelo fueron John Lintner (1965) y Jan Mossin (1966)[24].

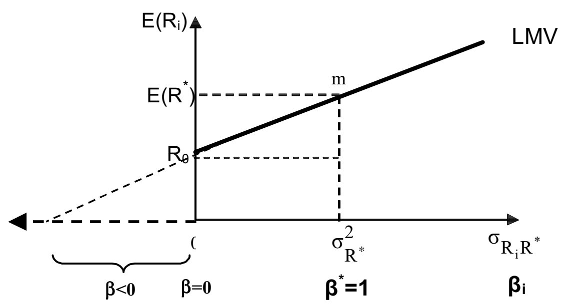
Como todo modelo económico, el modelo de valoración de activos de capital parte de varios supuestos. Entre los principales tenemos:

- Todos los inversionistas se comportan de acuerdo con el modelo media-varianza.
- Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte temporal de tiempo.
- Existe información simétrica, lo que facilita la eficiencia del mercado.
- No existen restricciones institucionales como la imposibilidad de venta en corto o endeudamiento a la tasa de libre riesgo.
- No existen los impuestos ni las comisiones (el mercado es operativamente eficiente).
- Los inversionistas no pueden influir sobre los precios de los activos (competencia perfecta).

El modelo de valoración de activos de capital, por sus siglas en inglés CAPM (Capital Asset Pricing Model), tiene como objetivo principal determinar la rentabilidad de cada activo en función de su riesgo, así como hallar un indicador adecuado que permita medir fielmente dicho riesgo. Hay que aclarar que en este modelo ya no aparece el riesgo no sistemático puesto que éste puede reducirse mediante la diversificación. Lo cual implica, que cuando se hace referencia a riesgo se está hablando de riesgo sistemático. Esto significa que debe existir una relación creciente entre el nivel de riesgo, el beta, y el nivel de rendimiento esperado de los activos, es decir, a mayor riesgo, mayor rendimiento.

Esta relación rendimiento esperado-riesgo para un activo determinado se puede plantear gráficamente como:

Gráfico 4. Línea del Mercado de Valores



portafolio del mercado poseen un mayor riesgo que el portafolio del mercado y por lo tanto una mayor rentabilidad. Por tal motivo, esta clase de activos se catalogan como agresivos o emprendedores. Por el contrario, los activos que se encuentren a la izquierda del punto m tendrán un riesgo inferior pero a su vez un rendimiento menor; estos activos se catalogan como defensivos o conservadores.[25]

La línea del mercado de valores (LMV) se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$E(R_i) = R_0 + \frac{E(R^*) - R_0}{VAR(R^*)} \cdot COV(R_i R^*) \qquad [5]$$

Donde se puede ver que la rentabilidad esperada del activo i $E(R_i)$, está en función de la tasa libre de riesgo R_0, la cual representa el valor del dinero en el tiempo, y es recibida por invertir en un activo con cero riesgo. Se puede observar además que existe una relación positiva entre la rentabilidad esperada y la covarianza del activo con el portafolio del mercado, lo cual implica que la rentabilidad esperada de equilibrio de cualquier activo es directamente proporcional con el nivel de riesgo sistemático.

El portafolio del mercado se encuentra ubicado en el punto m del gráfico 4 con coordenadas ($\sigma^2_{R^*}$, $E(R^*)$); por lo tanto, los activos que se encuentren a la derecha del

Cuando relacionamos el riesgo sistemático, $COV(R_i, R^*)$, con el riesgo del mercado, $VAR(R^*)$, tenemos como resultado el parámetro beta de un activo individual.

$$\beta_i = \frac{COV(R_i, R^*)}{VAR(R^*)} = \frac{\sigma_{R_i R^*}}{\sigma^2_{R^*}} \qquad [6]$$

El coeficiente beta indica la volatilidad de un activo en relación con las variaciones de la rentabilidad del mercado, en otras palabras, mide el riesgo sistemático de un activo en comparación con el riesgo del mercado. A partir de la ecuación 6 podemos definir la ecuación 5 como:

$$E(R_i) = R_0 + \left(E(R^*) - R_0\right)\beta_i \qquad [7]$$

Esta nueva ecuación nos muestra más claramente que el rendimiento esperado de equilibrio del activo *i*, es igual al rendimiento del activo libre de riesgo como se había mencionado anteriormente, más el premio por unidad de riesgo $\left(E(R^{*})-R_{0}\right)$ en proporción a la cantidad de riesgo sistemático del activo, es decir, su beta.

En el gráfico 4 se puede comprobar que a medida que cambia el valor del beta, cambia el nivel de rentabilidad exigido por los inversionistas, por lo tanto:

- Si $\beta_i = 0$, el rendimiento esperado del activo i será igual al rendimiento de equilibrio de un activo de libre riesgo.
- Si $\beta_i > 0$, el rendimiento esperado será mayor que el rendimiento libre de riesgo, debido a la presencia de riesgo sistemático. Esta clase de activos son considerados como agresivos, (inversionistas arriesgados).
- Si $\beta_i < 0$, el rendimiento esperado será menor que el rendimiento libre de riesgo, un riesgo negativo reduce el riesgo del portafolio, por lo que en equilibrio, los inversionistas estarían dispuestos a recibir dicho rendimiento. Esta clase de activos son considerados como defensivos (inversionistas conservadores).
- Cuando $\beta_i = 1$ representa el riesgo del portafolio del mercado, ya que la covarianza con el mismo es igual a la varianza.

Aunque la pertinencia de utilizar el beta como medida de riesgo ha sido criticada constantemente, en la práctica es de gran utilidad ya que se puede calcular más fácilmente que la covarianza con el mercado; el beta puede ser estimado con el modelo diagonal de Sharpe o modelo del índice, cuando se asume que el portafolio del mercado es estimado con un índice bursátil. Por lo tanto podría demostrarse que el beta del modelo del índice es el estimador del beta del modelo de valoración de activos de capital[26].

Willliam Sharpe desarrolló el modelo de valoración de activos de capital, el cual fue publicado en su trabajo de 1964, por este trabajo le fue otorgado en el año de 1990 el premio Nobel de Economía ■

Finalmente, se puede deducir que el modelo CAPM es un modelo de valoración de activos, sean éstos financieros o pertenecientes a cualquier tipo de proyecto. El modelo permite mirar el ajuste que se presenta cuando los activos se ubican por encima o por debajo de la LMV. Los primeros, mostrarán un nivel de rendimiento esperado alto para el nivel de riesgo en que se incurre, haciéndolo un activo muy deseable, lo cual ocasionaría, debido a la presión de la demanda, un aumento en su precio y una reducción del rendimiento esperado, ubicándolo así finalmente sobre la LMV.

En el modelo CAPM desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) asume que el único riesgo que debe enfrentar el inversionista es el de la incertidumbre sobre el precio futuro de un activo en el cual desea invertir

■

En el caso contrario, el activo se ubica por debajo de la LMV, al ofrecer una rentabilidad tan baja para su nivel de riesgo, que nadie querría comprarlo a su precio de mercado, lo que implica que el precio de este activo tendría que bajar tanto hasta alcanzar situarse sobre la recta, la LMV.

Estas situaciones se presentan debido a que sobre la LMV se sitúan todos los activos y portafolios, y no sólo los eficientes como sucede en el modelo de Markowitz en la Línea del Mercado de Capitales. El riesgo que cada activo aporte al portafolio claramente diversificado debe ser únicamente el riesgo sistemático. "Para que esto sea cierto no es necesario mantener la condición de no correlación entre los activos a parte de la común que tienen con el mercado"[27]. Por lo tanto, el beta de un portafolio se obtendrá por la simple combinación lineal de las betas de cada uno de los activos que lo componen.

5. EL CAPM MULTIFACTOR

En el modelo CAPM desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) asume que el único riesgo que debe enfrentar el inversionista es el de la incertidumbre sobre el precio futuro de un activo en el cual desea invertir. Sin embargo, los activos está expuestos a otros riesgos que pueden poner en peligro los recursos del inversionista y que pueden afectar sus posibilidades de consumo futuro. "Tres ejemplos de estos serían los riesgos asociados con los ingresos futuros del trabajo, los precios futuros relativos a los bienes de consumo y las oportunidades de inversión futuras"[28].

Robert Merton (1973)[29] reconociendo que existen otros riesgos que deben enfrentar los inversionistas, amplió el modelo CAPM para explicar a los consumidores como derivar sus consumos en su tiempo de vida óptimamente cuando se deben enfrentar a las otras fuentes de riesgos. Este modelo fue denominado el *CAPM multifactor* por que, a diferencia del modelo original, incorpora otros factores (adicionales al mercado) que generan riesgos sobre una inversión o también se le conoce como el CAPM intertemporal. Este modelo se presenta en forma de prima de riesgo a través de la siguiente ecuación:

$$E(r_p) = \beta_{pm}E(r_m) + \beta_{pF1}E(r_{F1}) + \beta_{pF2}E(r_{F2}) + ... + \beta_{pFK}E(r_{FK}) \qquad [8]$$

Donde:

K = Número de factores o fuentes de riesgo adicionales a las de mercado

β_{pFk} = la sensibilidad de la cartera al factor k-ésimo

$E(r_{Fk})$ = El rendimiento esperado del factor k menos la tasa libre de riesgo

El total de fuentes de riesgo adicionales a las de mercado está representado por:

$$\beta_{pF1}E(r_{F1}) + \beta_{pF2}E(r_{F2}) + ... + \beta_{pFK}E(r_{FK}) \qquad [9]$$

Este modelo plantea que los inversionistas buscan ser remunerados por el riesgo que tengan que asumir con cada fuente de riesgo adicional a las de mercado. En el caso de que no existieran otras fuetes de riesgo distintas a las de mercado el modelo se reduciría al CAPM.

Mientras que en el modelo CAPM los inversionistas cubren la incertidumbre asociada con los precios de los activos a futuro a través de la diversificación, en el CAPM multifactor, los inversionistas además de invertir en la cartera de mercado buscan cubrir los riesgos que se pueden generar por factores adicionales al mercado.

6. MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS A TRAVÉS DEL ARBITRAJE[30] DE PRECIOS

Stephen Ross en 1976[31], tratando de superar algunos de los problemas teóricos que genera el CAPM[32], plantea el modelo Valoración de Activos a través del Arbitraje de Precios, conocido generalmente por sus siglas en inglés como el modelo APT (Arbitrage Pricing Theory).

El objetivo de este modelo es el mismo del CAPM: estimar la prima de riesgo, adicional al rendimiento del activo, que espera recibir el inversionista por aceptar el nivel de riesgo del activo.

Este modelo, a diferencia del CAPM, considera la posibilidad de existencia de varios tipos de riesgo sistemático, y que la rentabilidad de un activo está influenciada por una serie de factores[33], unos anticipables (y que, en un mercado eficiente, estarían recogidos en el precio), y otros no anticipables, donde el inversionista conocería los factores de riesgo sistemático y la sensibilidad de cada activo a dichos factores, pero no la dirección futura de los mismos. Lo cual se puede plantear con la siguiente ecuación:

$$R_{it} = E(R_i) + \beta_{1i}F_{1t} + \beta_{2i}F_{2t} + \ldots\ldots + \beta_{ki}F_{kt} + \varepsilon_{it} \qquad [10]$$

Donde:

R_{it} = Es la rentabilidad del activo i en el momento t

$E(R_i)$ = Es el rendimiento esperado de un activo i

F_{jt} = Valor del factor de riesgo sistemático j en el momento t.

β_{ji} = Sensibilidad del activo i al factor j.

El modelo APT plantea que los inversionistas esperan ser recompensados por todos los factores que afecten sistemáticamente el rendimiento de un activo en el cual ellos invierten sus recursos financieros. Y la recompensa se puede estimar como la suma del producto del riesgo sistemático aceptado para el factor i, el cual es medido por el beta del activo con respecto al factor, y la manera en que el mercado financiero valora el riesgo del factor, el cual es medido por la diferencia entre el rendimiento esperado por el factor y la tasa libre de riesgo. Como en el caso de los otros dos modelos (CAPM y CAPM multifactor) de riesgo y rendimiento descritos previamente, un inversionista no es recompensado por aceptar riesgo no sistemático.

Comparando el Modelo APT con el CAPM, podemos concluir que si existiera solamente un factor, F= 1, la ecuación [10] se reduciría a la ecuación [7], y ese único factor podría se el riesgo de mercado. Por lo tanto, el CAPM se puede considerar como un caso especial del modelo APT. Además, si comparamos el modelo APT con el modelo CAPM multifactor, ecuación [10] con ecuación [8], podríamos concluir que son muy similares, pues ambos plantean que los inversionistas deben ser recompensados tanto por aceptar el riesgo sistemático como el riesgo no sistemático. Sin embargo, el CAPM multifactor establece que uno de los riesgos sistemáticos es el riesgo de mercado, mientras que el modelo APT no lo hace.

Para muchos expertos[34] en el tema, el modelo APT tiene algunas ventajas frente al CAPM o el CAPM multifactor, entre las que se pueden destacar:

- El modelo APT hace supuesto menos restrictivos frente a las preferencia de los inversionistas con respecto al riesgo y el rendimiento. En este sentido mientras el CAPM asume que los inversionistas optarían el riesgo y el rendimiento solamente sobre la base de los rendimientos esperados y las desviaciones estándar de los prospectos de inversión, el APT requiere que se establezcan algunos límites discretos sobre las funciones de utilidad potenciales de los inversionistas.

- El modelo APT no hace suposiciones sobre la distribución de los rendimientos de los activos.
- Dado que el modelo APT no se apoya en la identificación del índice verdadero de mercado, la teoría es potencialmente demostrable.
- Permite introducir la influencia de otros factores, y es más fácil de extender a un planteamiento multiperiodo.

Sin embargo, el modelo APT presenta problemas muy importantes, de los que se pueden destacar:

- Algunos de los problemas más importantes son originados por el método empleado para estudiar la matriz inicial, que en cualquier caso implica limitaciones importantes desde el punto de vista estadístico.
- Se puede mostrar que tiene algunas de las deficiencias que se plantean para el CAPM, dado que es necesario construir la verdadera cartera de mercado, lo cual lo hace incontrastable.
- Finalmente, los resultados empíricos obtenidos hasta el momento no permiten validar la mayor robustez de este modelo. En esencia, se debe a la dificultad para estimar dicho modelo que no se logra desplazar al CAPM, a pesar de que se reconoce que parecen existir distintos factores de riesgo sistemático.

Las dificultades que se presentan con el APT para su estimación se originan en el hecho de que es un modelo de expectativas racionales, las cuales no son directamente observables. Y al igual que se hace con el CAPM el problema se resuelve introduciendo expectativas adaptativas, con lo que el modelo puede estimarse con datos del pasado.

7. MODELO DE VALORACIÓN DE PRECIOS A TRAVÉS DE OPCIONES

Los ciclos económicos y la inestabilidad en el comportamiento de las variables económicas es una constante que se debe enfrentar día a día en las economías modernas. Cada vez se hace más común hablar de una creciente inestabilidad en el comportamiento de los tipos de cambio, los precios del petróleo, en las tipos de interés y desplomes de los mercados de valores, entre muchas otros. Las decisiones de inversión, consumo y ahorro deben ser tomadas por los agentes en condiciones de alta incertidumbre sobre el futuro.

Así mismo, continuamente están apareciendo en los mercados financieros nuevos productos originales e imaginativos con modos de caución y derivados cada vez más complejos: opciones de compra, contratos de futuros y otros productos originados en un bien subyacente, en un índice financiero, en un tipo de cambio entre divisas o de un tipo de interés. Los derivados nuevos contribuyen a sus emisores a protegerse contra vaivenes de los precios en mercados de libre competencia. Los derivados crediticios permiten a los bancos trasladar a terceros el riesgo de morosidad en los créditos.

Para lograr una adecuado acceso de los inversionistas y emisores a estos nuevos instrumentos financieros es necesario disponer de una metodología que permita la determinación precisa de los precios correspondientes a los derivados que forman sus partes constitutivas. Para el caso de un contrato de futuros es relativamente fácil establecer su precio. Así por ejemplo, cuando se incrementa el precio del algodón, el precio de un contrato de futuros sobre este bien se incrementa en la misma proporción. La relación entre ambos es, pues, lineal. En el caso de las opciones, no existe una relación tan sencilla entre el producto derivado y el bien subyacente.

Fueron Myron S. Scholes, Fisher Black y Robert C. Merton los que plantearon la metodología para medir la correlación entre un producto derivado y un bien subyacente en las opciones, al cual comúnmente se le conoce como el "modelo Black - Scholes" o el modelo de valoración de precios a través de opciones[35].

Scholes y Merton se hicieron merecedores al premio Nobel en Economía, en el año de 1997, por desarrollar un nuevo método para determinar el valor de los derivados; para este año Black ya había fallecido.

Black y Scholes, con la ayuda de Merton, desarrollaron el método para determinar los precios de las opciones construyendo una cartera hipotética en la cual cada variación en la cotización de una acción se compensaba con un desplazamiento en el valor de las opciones sobre esa acción a la cual suele conocérsele como "la estrategia de neutralización". La neutralización crea una cartera sin riesgo. Dado que la cotización de las acciones varía con el tiempo, el inversionista tiene que ir modificando la composición de esa cartera para asegurarse de que su cartera de valores continúe sin riesgo.

La fórmula de Black-Scholes resulta de una ecuación diferencial en derivadas parciales que pone de manifiesto que el precio justo de una opción sería el que produjera un retorno sin riesgo dentro de esa cartera neutralizada.

Siendo: $C = S * f(d_1) - E * e^{-rT} * f(d_2)$

$$d_1 = \frac{\ln(S/E) + (r + \sigma^2/2) * T}{\sigma * \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Donde:

C: precio teórico del call;

S: precio del activo subyacente;

E: precio de ejercicio de la opción;

r: tasa de interés libre de riesgo, para el mismo período que la opción;

T: lapso de tiempo hasta el vencimiento de la opción;

ln: logaritmo natural;

e: base del logaritmo neperiano = 2.71828...

s : desvío estándar del precio del activo subyacente;

f (x): probabilidad que en una distribución normal cualquier número real sea menor que x.

De esas variables la única que no se podía obtener directamente era la correspondiente a la "volatilidad del mercado", esto es, la desviación estándar de las cotizaciones de los valores respecto de sus valores medios. Este número, sin embargo, podía estimarse a partir de los altibajos de las cotizaciones históricas.

La fórmula original de Black-Scholes partía de supuestos poco realistas sobre el modus operandi de los mercados. Tomaba como dato un tipo de interés fijo, pero todos sabemos que los tipos varían lo cual influye en el valor de la opción, especialmente en las opciones de bonos. La fórmula también supone que las variaciones de la tasa de crecimiento de las cotizaciones bursátiles obedecen a una distribución estadística normal, en la que los acontecimientos se agrupan en torno a la media. Resulta por ello incapaz de tener en cuenta sucesos extraordinarios, como el colapso de los mercados de valores. Black, Scholes y Merton, con legiones de cuantificadores, han dedicados los años siguientes a refinar muchas de las ideas originales.

En la actualidad se dispone de otros modelos matemáticos para valorar las primas, como el modelo de fijación de precios de opción binomial[36] y la versión que del modelo de Black-Scholes hicieron Garman-Kohlhagen[37]. Este último se utiliza casi exclusivamente para opciones de moneda extranjera.

8. ALGUNAS CONSIDERACIONES

Como se puede evidenciar en esta breve e inconclusa[38] revisión de la teoría económica de las finanzas, los avances y desarrollos logrados por esta área del conocimiento son bastante amplios. Prueba de ello es que los principales trabajos desarrollados han sido merecedores de premios Nobel en los años 1990 y en 1997, como ya se mencionó. Podría plantearse, sin lugar a dudas, que ha sido una de las áreas económicas en las que se ha logrado la mayor evolución en el desarrollo teórico; muestra de ello puede ser el número de publicaciones que se realizan constantemente en esta área.

El desarrollo de la teoría económica de las finanzas está fundamentado en las aplicaciones de otras disciplinas como la matemática, la estadística y la econometría. En este trabajo, a pesar de que solo se presentan las ecuaciones básicas de cada modelo, se logra evidenciar la importancia que tienen las demás áreas para un adecuado uso de la teoría de las finanzas.

Del lado de la teoría económica, los grandes pilares para el desarrollo de los distintos modelos de la teoría económica de las finanzas son la teoría de la utilidad esperada y en general las teorías microeconómicas relacionadas con las decisiones de consumo y el análisis intertemporal. En estas condiciones para lograr una adecuada comprensión de los modelos en el área de las finanzas se debe contar con unas sólidas bases en el área económica, acompañada de unos buenos fundamentos en las otras disciplinas nombradas en el párrafo anterior.

Como se pudo evidenciar en la revisión de los distintos modelos desarrollados en la teoría económica de las finanzas, las principales limitaciones y debilidades que presentan estos modelos se originan en dos áreas: en primer lugar, por los supuestos básicos de construcción del modelo que pueden hacer que se convierta en un modelo bastante irreal y restrictivo. Y en segundo lugar, debido a los métodos de estimación empleados, que también parten de ciertos supuesto que hacen que los resultados en muchas ocasiones no reflejen las condiciones reales de determinados mercados o activos particulares.

BIBLIOGRAFÍA

ARROYO, Antonio M. y PRAT Margarita. "Dirección Financiera", Ediciones Deusto, tercera edición, Bilbao - España, 1996.

BACK, F., M.C. Jesen and M. Scholes. "The capital asset pricing model: some empirical test", en Jensen, ed., Studies in the theory of capital markets, Praeger, Nueva York, Pág. 79-121.

DAMODARAN, Aswath. Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset, Second Edition. 2002.

FABOZZI, Frank J. Investment Management. 2th edition. Prentice Hall. 1999

FABOZZI, Frank J., Franco Modigliani y Michael G, Ferri, Mercados e Instituciones Financieras. Primera edición, Prentice Hall, México, 1996.

FISCHER, Donald E., Security Analysis and Portfolio Management. 6 Ed.

GÓMEZ BEZARES, Fernando; MADARLAGA, José Antonio y SANTIBÁÑEZ, Javier. "Valoración de Acciones en la Bolsa Española: un análisis de la relación entre rentabilidad y riesgo". Editorial Desclee de Brouwer, primera edición, Bilbao - España, 1994.

HOLDEN, Craig W. Spreadsheet Modeling in the Fundamentals of Investments Book and CD-ROM.Prentice Hall. 2002

KOLB, Robert. "Inversiones". Grupo Noriega Editorial Limusa, primera edición, México, 1997.

LINTNER, J. "The evaluation of risk assets and the selection of risky investment in stock portfolio and capital budgets", Review of economic and statistics, Febrero 1965, Pág. 13-37.

MARKOWITZ, M. Harry. Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. Editorial Frank J. Fabozzi Asociates, New Hope, Pennsylvania.1987.

MARKOWITZ, M. Harry. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Blackwell, 2ª Edición, Reimpresión del 2000, New York.

MILLER, M. H. and SCHOLES, M. "Rates of return in relation to risk: a re-examination of some recent findings", en Jensen, ed., Studies in the theory of capital markets, Praeger, New York, Pág. 47-78.

MOSSIN, J. "Equilibrium in a capital asset market", Econometrica, Octubre 1966, Pág. 768-783.

ROLL, R. "A critique of the asset pricing theory´s test", Journal of Financial Economic, Marzo 1977, Pág. 129-176.

SHARPE, William F. "Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk". Journal of Finance, Pág. 425-442, septiembre 1964.

SHARPE, William F., "A simplified model for portafolio analysis", Management Science, Pag. 277-293, enero 1963.

WARNER, W. y LAU, S. "The effect of diversification on risk", En: Financial Analysts Journal, Vol. 26 Noviembre - Diciembre 1971, pág. 50.

NOTAS

* Este trabajo es resultado del proyecto de investigación "Modelo de Valoración de Acciones aplicado al mercado bursátil colombiano" y del proceso de investigación del Grupo de Estudios del Mercado de Valores –EMEVA–. Financiado con recursos de la Universidad de Medellín.

Fecha de recepción: septiembre 28 de 2004. Fecha de aprobación: octubre 11 de 2004.

1 Cruz Juan Sergio, Navarro Villarreal Julio, Rosillo Jorge. Finanzas Corporativas: Valoración, política de financiamiento y riesgo. Ed Thomson. Bogotá. 2002.

2 Ibíd. p.p. 479.

3 Harry Markowitz, "Portfolio Selection", en: Journal of Finance, , vol. 7 Issue 1, pp. 77-91, marzo 1952.

4 Sharpe, William F., "A simplified model for portafolio analysis", Management Science, Pag. 277 – 293, enero 1963.

5 William Sharpe. "Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk" September 1964.

6 Merton, Robert C., "An intertemporal capital asset pricing model", en: Econometrica, pp. 867-888, Septiembre de 1973.

7 "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing". Journal of Economic Theory, Dec76, Vol. 13 Issue 3, p341, 20p.

8 Fischer Black y Myron Scholes , "The pricing of options and corporate liabilities", Journal of political economy", Mayo- Junio, pp 637-654.

9 Portafolio: Cesta de activos financieros con una combinación particular de riesgo-rendimiento esperado.

10 Este premio Nobel en economía fue otorgado en el año 1990 a Harry M. Markowitz , Merton M. Miller y William F. Sharpe por su trabajo pionero en la teoría de la economía financiera.

11 Harry Markowitz plantea que un inversionista que diversifique su portafolio entre distintos activos financieros y/o distintos mercados o países obtendrá mejores resultados que aquel que no lo haga. Con la diversificación del portafolio se puede eliminar o reducir el riesgo de los ciclos económicos y de la evolución de las tasas de interés, y, además, se puede aumentar la rentabilidad del portafolio. Harry Markowitz, "Portfolio Selection", en: Journal of Finance, vol. 7 Issue 1, pp. 77-91, marzo 1952.

12 Markowitz en la segunda edición del libro: Portafolio Selection (1991). Incluye el concepto de la semi-varianza como una medida alternativa del riesgo, en el capítulo 9 de este texto se puede consultar la comparación que realiza Markowitz de la medición del riesgo utilizando semi-varianza y varianza; donde también se destacan la similitudes, diferencias pros y contras de estas dos medidas alternativas del riesgo. Markowitz Harry. Portfolio Selection, Blackwell Publishers Ltda, Reimpresión del 2000, pp 188-201.

13 Originalmente este modelo se presenta en la obra de John Von Neumann y Oscar Morgensterrn, The Theory of Games and Economics behavior, Pincenton, N:J:, Princenton University Press,

1944. También se puede encontrar una presentación amplia de este modelo en Walter Nicholson, Teoría Microeconómica. Sexta Edición. Mc Graw Hill, 1997. Santiago de Chile. Capítulo 9, p.p. 165-184.

14 Es necesario distinguir dos conceptos que se entremezclan desde la teoría de la cartera y la teoría de la utilidad esperada: 1. Presupuesto de inversión 2. Estructura de portafolio. En ambos se asume como restricción que la sumatoria de las ponderaciones (participaciones) es igual a la unidad. Cuando hacemos referencia al presupuesto invertido se esta indicando que el inversionista invierte todos sus recursos disponibles en los activos que maximizan su utilidad, en cuyo caso cabe la posibilidad de que la restricción pueda ser mayor a la unidad cuando el inversionista puede acceder a los recursos de crédito.

15 El modelo indica que el inversionista prefiere mayores rendimientos esperados a menores, así como menores varianzas a mayores (aversión al riesgo).

16 Cruz Juan Sergio, Navarro Villarreal Julio, Rosillo Jorge. Finanzas Corporativas: Valoración, política de financiamiento y riesgo. Ed Thomson. Bogotá. 2002. Pp. 502.

17 Ibíd. Pág. 503-504.

18 Gómez Bezares Fernando, Madarlaga José Antonio y Santibáñez Javier. Valoración de Acciones en la Bolsa Española. Editorial Desclee de Brouwer, S.A. Bilbao.1994, pp. 39-40.

19 Op. cit pág. 504.

20 William Sharpe postula que en condiciones de mercados de capitales perfectamente competitivos, el rendimiento esperado de un activos es una función creciente del nivel de riesgo del mismo, pues un inversionista solo aceptará incluir activos riesgosos en su portafolio si el mercado le recompensa por el riesgo adicional en que incurre. Sharpe, William F., "A simplified model for portafolio analysis", Management Science, Pag. 277-293, enero 1963.

21 Este método estima la ecuación [3] con base en $R_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} R^* + \varepsilon_i$, este modelo de regresión está basado en los siguientes supuestos:

- La esperanza de la perturbación es cero: $E(\varepsilon_{it}) = 0$
- La perturbación está uniformemente distribuida (Homocedasticidad): $VAR(\varepsilon_{it}) = \sigma^2$
- Las perturbaciones no están correlacionadas con el rendimiento el índice: $COV(\varepsilon_{it} R_t) = 0$.
- Las perturbaciones no están correlacionadas (no autocorrelación): $COV(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) = 0$.
- Existe una relación lineal entre las variables.
- Hay estacionariedad de α y β durante el periodo de análisis.

22 Para una demostración matemática sobre esta transformación véase: Cruz Juan Sergio, Navarro Villarreal Julio, Rosillo Jorge. Finanzas Corporativas: Valoración, política de financiamiento y riesgo. Ed Thomson. Bogotá. 2002. Pág. 533-534.

23 El cual compartió con Harry M. Markowitz y Merton M. Miller por su trabajo pionero en la teoría de la economía financiera. Sharpe, William F., "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", en: journal of finance, Pág. 42-442, septiembre 1964.

24 Lintner John, "The valuation of risk assets and selection of risky invesments in stock portfolios and capital budgets", en: Review of economics and statistics, pág. 13-37, febrero 1965.

Mossin, Jean, "Equilibrium in a capital asset market", en: Econometrica, pág. 768-783, octubre de 1966.

25 Cruz Juan Sergio, Navarro Villareal Julio, Rosillo Jorge. Finanzas Corporativas: Valoración, política de financiamiento y riesgo. Ed Thomson. Bogotá. 2002. Pág. 541.

26 Para esta demostración véase Cruz Juan Sergio, Navarro Villarreal Julio, Rosillo Jorge. Finanzas Corporativas: Valoración, política de financiamiento y riesgo. Ed Thomson. Bogotá. 2002. p.p. 543. "... Hay que aclarar que aunque el modelo del índice sea útil para estimar los betas del Modelo de valoración de activos de capital , ambos modelos son conceptualmente diferentes. El primero es una técnica para la estimación de los momentos de la distribución del retorno de los activos individuales, mientras que el segundo ofrece una relación de equilibrio del rendimiento de los activos con relación a su riesgo sistemático".

27 Ibíd. p.p. 48

28 Tomado de Fabozzi, Frank J., Modigliani, Franco y Ferri, Michael G., Mercados e Instituciones Financieras, Editorial Prentice Hall Hispanoamericana S.A., México, 1996, Capítulo 13, p.p. 289.

29 Merton, Robert C., "An intertemporal capital asset pricing model", en: Econométrica, pp. 867-888, septiembre de 1973.

30 Se entiende por Arbitraje la operación de compra o venta de valores negociables con objeto de obtener un beneficio a partir de la diferencia de cambios sobre el mismo valor entre dos mercados distintos. En los casos de ampliación de capital también se llama arbitraje a la comparación entre el precio de compra de una acción y el coste a que resultaría con la compra de derechos de suscripción de las nuevas acciones. Definición tomada de la página web de la Bolsa de valencia: http://www.bolsavalencia.es/Diccionario/. Para consultar otras definiciones sobre este termino u otros conceptos se puede consultar: El Diccionario de Términos Financieros y Bursátiles, Publicado por el Diario la República, Editorial Globo, Febrero de 1999.

31 Ross, Stephen, "The arbitrage theory of capital pricing", en: Journal of Economic Theory, Vol. 13, p.p.343-362, Diciembre de 1976.

32 Quizá el problema más importante del Modelo CAPM sea la volatilidad y las dificultades para predecir las varianzas y las covarianzas de los valores. Otra critica que se hace al modelo CAPM es el hecho de basarse en la eficiencia de la cartera de mercado y el hecho de sostener que la rentabilidad de un valor es explicada por su relación lineal con un único factor (la rentabilidad del mercado). Otras criticas y debilidades del modelo CAPM pueden consultarse en: Gómez Bezares, Fernando, "Modelo de Valoración de acciones en la Bolsa de Bilbao", Publicado en: Lecturas sobre gestión de carteras, pp. 15-43, Marzo de 2004.

33 Según Arroyo y Prat (1996), entre dichos factores "se suelen enumerar cuatro: la producción industrial, la inflación, la estructura temporal de las tasas de interés y la diferencia entre las tasas de interés de las obligaciones según sea su nivel de riesgo". Arroyo, Antonio M. Y Margarita Prat, Dirección Financiera, primera edición, ediciones Deusto S.A., Bilbao, España, 1996, pp. 183.

34 Se puede destacar el trabajo de Thomas Copeland y Fred Weston, Financial Theory and Corporate Police, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, Tercera edición, 1988. En el cual plantean que el APT es un modelo más robusto, por no necesitar tantas hipótesis de partida.

35 Fischer Black y Myron Scholes sugieren la idea de que poseer la acción de una empresa apalancada era equivalente a tener una opción de compra de los activos de la empresa. Si en el momento de vencimiento de la obligación financiera el valor de la empresa es mayor que la deuda, resulta razonable, económicamente, que se pague la deuda. "The pricing of options and corporate liabilities", Journal of political economy", Mayo- Junio, pp 637-654.

36 John C. Cox, Stephen A. Ross y Mark Rubenstein, "Option Pricing: A Simplified Approach", en: Journal of Financial Economics 7, p. 229-263, Septiembre 1979.

37 Garman, M. B. and Kohlhagen, S. W. "Foreign Currency Option Values." *J. International Money and Finance* **2**, 231-237, 1983.

38 Se debe reconocer que si bien se ha logrado identificar los principales modelos que se han desarrollado en la teoría económica de las finanzas, aún faltan algunos modelos por sistematizar y más las versiones más recientes que se han desarrollado de los modelos descritos.