

DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS PARA LOS MODELOS ELASTOPLÁSTICOS MOHR-COULOMB Y HARDENING SOIL EN SUELOS ARCILLOSOS

Andrés Nieto Leal*
Javier Fernando Camacho Tauta**
Edwin Fernando Ruiz Blanco***

Recibido: 20/03/2009

Aceptado: 05/10/2009

RESUMEN

Este artículo presenta un programa de investigación desarrollado para la evaluación y determinación de los parámetros para los modelos constitutivos *Mohr-Coulomb* y *Hardening Soil* en suelos arcillosos. La metodología incluye el análisis de algunas correlaciones, ensayos básicos de caracterización y pruebas de compresión triaxial no drenada sobre muestras de suelo reconstituidas en laboratorio. A partir de los parámetros obtenidos se simuló el comportamiento esfuerzo-deformación en el programa de elementos finitos *PLAXIS*, evaluando a partir de un análisis comparativo, el desempeño de los modelos en relación con el comportamiento experimental del suelo. Del análisis realizado se aprecia que para el conjunto de parámetros considerados, los resultados computacionales muestran una correspondencia razonable y satisfactoria con los resultados experimentales, donde se observa una mejor aproximación al comportamiento descrito por las pruebas, en las simulaciones realizadas con el modelo *Hardening Soil*, cuyos resultados evidencian un mayor ajuste a la relación hiperbólica creciente, típica del tipo de suelo ensayado. De igual forma, los resultados obtenidos constituyen una validación importante de la metodología desarrollada.

Palabras clave: modelación constitutiva, elastoplasticidad, modelo *Mohr-Coulomb*, modelo *Hardening Soil*, elementos finitos, *PLAXIS*.

* Ing. Civil, M.Sc. Profesor Auxiliar, Facultad de Ingeniería, Grupo de Investigación Geotecnia, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá D.C., Colombia. Cr. 11 No.101-80 Tel: 2757300 ext. 328 Cel: 300 2136289, andres.nieto@unimilitar.edu.co

** Ing. Civil, M.Sc. Profesor Asistente, Universidad Militar Nueva Granada, javier.camacho@unimilitar.edu.co

*** Ing. Civil, Universidad Militar Nueva Granada

PARAMETER DETERMINATION FOR THE ELASTO-PLASTIC MODELS MOHR-COULOMB AND HARDENING SOIL IN CLAY SOILS

ABSTRACT

This article presents a research program developed for the evaluation and determination of the *Mohr-Coulomb* model parameters and the Hardening Soil model parameters in clay soils. The methodology includes the analysis of some correlations, basic characterization soil tests and undrained compression triaxial tests carried out on reconstituted soil samples in laboratory (kaolin). From the obtained parameters the behavior stress-strain was simulated in the element finite software PLAXIS, examining the performance of the models by comparing the numeric calculation results with the experimental soil behavior. For the sets of considered model parameters, the analysis shows that the computational results have a reasonable agreement with the experimental results, appreciating a better approximation to the behavior described by the tests in the simulations performed with the Hardening Soil model, whose results evidence a better grade of adjustment to the typical hyperbolic relationship of the soil tested. In addition, the concluding results represent an important validation of the methodology program developed.

Key words: constitutive modeling, elasto-plasticity, *Mohr-Coulomb model*, *Hardening Soil model*, finite elements, *PLAXIS*.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de muchas ciudades y asentamientos urbanos ha tenido lugar sobre suelos cohesivos como es el caso de Bogotá, en la que un depósito lacustre formado por mantos de suelos arcillosos profundos cubre una amplia porción de su área en el norte y en la sabana de la ciudad [1]. El estudio y predicción del comportamiento particular de este tipo de suelos es fundamental para la ejecución y estabilidad de las obras civiles, por lo que cada vez son más las investigaciones y procedimientos encaminados a lograr un mejor análisis de los principales elementos de su comportamiento mecánico.

En la actualidad, a partir de una conveniente caracterización del suelo, junto a la actual capacidad de las aplicaciones computacionales, los modelos numéricos proporcionan una herramienta poderosa para simular con diversos niveles de sofisticación el comportamiento de esfuerzo-deformación de los suelos. Dichos procedimientos numéricos (incorporados al método de los elementos finitos principalmente) son denominados *modelos constitutivos*, pues su formulación involucra la aplicación de un conjunto de relaciones matemáticas que intentan describir y representar de manera aproximada el comportamiento de este tipo de materiales [2].

En las últimas décadas, un área importante del estudio de la mecánica de suelos ha sido conducida al desarrollo de modelos que se ajustan mejor a la realidad física de estos geomateriales. Así, por ejemplo, varias investigaciones formularon con éxito modelos basados en diferentes conceptos como la elasticidad no lineal, el endurecimiento plástico, la teoría del estado crítico y la hipoplasticidad [3].

No obstante, el desarrollo de la investigación constitutiva implicó, al mismo tiempo, una mayor dificultad tanto teórica como práctica, traducida en la determinación de un número significativo de parámetros, la aplicación de procedimientos

matemáticos y ensayos experimentales complejos, y la consideración de características y variables dependientes a la naturaleza de cada tipo de suelo.

Esto, sumado a información de laboratorio limitada, hace de la metodología para la determinación de los parámetros usados en el modelo, así como de la evaluación de su capacidad y aplicabilidad frente a una tarea específica, partes fundamentales en todo análisis de modelación [4].

De esta manera, a continuación se presenta un trabajo de investigación para la determinación de los parámetros correspondientes a dos de los modelos constitutivos más relevantes formulados en el marco de la elastoplasticidad: el modelo *Mohr-Coulomb* y modelo de endurecimiento *Hardening Soil*; dicha metodología se valida mediante la comparación entre las observaciones experimentales y la implementación de los modelos en simulaciones numéricas. Los resultados permiten identificar las posibilidades y condiciones de aplicación de los modelos considerados en la representación del comportamiento mecánico de suelos arcillosos, y en el análisis y diseño de estructuras geotécnicas mediante el uso de esta metodología en modelaciones numéricas.

1. MODELO MOHR-COULOMB

El modelo constitutivo *Mohr-Coulomb* es considerado como una aproximación de primer orden al comportamiento no lineal del suelo. Se trata de un modelo elastoplástico perfecto (isotrópico) desarrollado a partir de la composición de la ley de *Hooke* y la forma generalizada del criterio de falla *Mohr-Coulomb*. Puede simular el comportamiento de suelos granulares sueltos o finos normalmente consolidados y se debe tener en cuenta que no representa el comportamiento elastoplástico progresivo (figura 1a) sino que es un modelo elástico y luego plástico perfecto (figura 1b). Su formulación involucra dos elementos generales: la elasticidad perfecta y la plasticidad asociada al desarrollo de deformaciones plásticas o irreversibles [5].

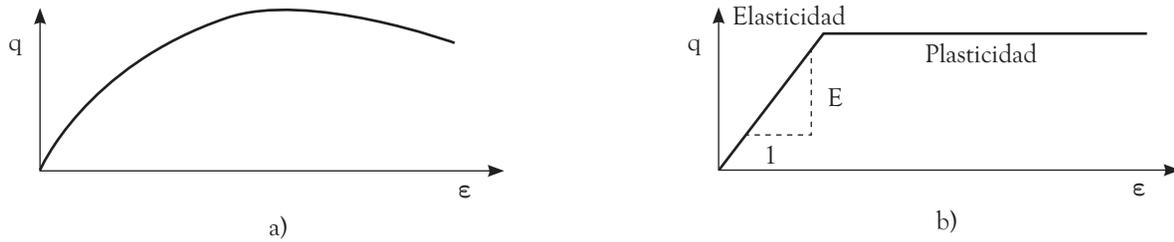


Figura 1. a) Respuesta experimental del suelo en ensayos triaxiales drenados

b) Formulación básica del modelo elastoplástico perfecto (*Mohr-Coulomb*)

Fuente: [5]

Para evaluar si la plasticidad ocurre o no en un análisis específico, el modelo *Mohr-Coulomb* involucra un conjunto de funciones de fluencia f (*yield functions*) que definen el límite entre el comportamiento elástico y plástico del material. La representación gráfica de la funciones (cono hexagonal) en el espacio de los esfuerzos principales constituye un contorno o superficie de fluencia fija, como se muestra en la Figura 2a. De esta manera, para diversos estados de esfuerzos representados dentro de la superficie, el comportamiento es puramente elástico, y todas las deformaciones son reversibles. Cuando los esfuerzos igualan o superan la frontera definida por esta superficie, se presentan deformaciones tanto elásticas como plásticas.

Este criterio de fluencia es una extensión de la ley de fricción de *Coulomb* para un estado general de esfuerzos, y es definido a partir de seis funciones formuladas en términos de esfuerzos principales [6]

$$f_{ia} = \frac{1}{2}(\sigma'_j - \sigma'_k) + \frac{1}{2}(\sigma'_j - \sigma'_k) \sin \varphi - c \cos \varphi \leq 0 \quad (1)$$

$$f_{ib} = \frac{1}{2}(\sigma'_k - \sigma'_j) + \frac{1}{2}(\sigma'_k - \sigma'_j) \sin \varphi - c \cos \varphi \leq 0 \quad (2)$$

para $i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1$ y $k = 3, 2, 1$

El comportamiento elastoplástico perfecto en el modelo es formulado a partir de la relación entre los dos tipos de deformaciones (tasas de deforma-

ción elásticas y plásticas) mediante la aplicación de la ley de *Hooke* en su forma clásica [7]:

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{\dot{\epsilon}}^e + \underline{\dot{\epsilon}}^p \quad (3)$$

$$\underline{\dot{\sigma}}' = D^e \underline{\dot{\epsilon}}^e = D^e (\underline{\dot{\epsilon}} - \underline{\dot{\epsilon}}^p) \quad (4)$$

Donde D^e es la matriz de rigidez (elástica) del material. No obstante, la teoría de plasticidad asociada relativa a esta relación básica tiende a una sobreestimación del fenómeno de dilatación en el suelo, para lo cual el modelo *Mohr-Coulomb* en adición a la función de fluencia f , incorpora una función de potencial plástico g , que en el caso particular $g \neq f$ describe plasticidad no asociada. De esta manera, y en adición a las funciones de fluencia, un grupo de funciones de potencial plástico g son definidas para el modelo:

$$g_{ia} = \frac{1}{2}(\sigma'_j - \sigma'_k) + \frac{1}{2}(\sigma'_j - \sigma'_k) \sin \psi \quad (5)$$

$$g_{ib} = \frac{1}{2}(\sigma'_k - \sigma'_j) + \frac{1}{2}(\sigma'_k - \sigma'_j) \sin \psi \quad (6)$$

para $i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1$ y $k = 3, 2, 1$

A partir de esta consideración, las deformaciones plásticas son expresadas como:

$$\underline{\dot{\epsilon}}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}'} \quad (7)$$

Donde el multiplicador plástico λ define el tipo de comportamiento del material ($\lambda = 0$, para comportamiento netamente elástico; y $\lambda > 0$ en el caso de comportamiento plástico). Las ecuaciones anteriores componen la relación fundamental del modelo *Mohr-Coulomb* entre esfuerzos efectivos y deformaciones para elastoplasticidad [6], [8]:

$$\underline{\dot{\sigma}}' = D^e - \frac{\alpha}{d} D^e \left(\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}'} \frac{\partial f^T}{\partial \underline{\sigma}'} \right) \dot{\underline{\epsilon}};$$

donde $d \left(\frac{\partial f^T}{\partial \underline{\sigma}'} D^e \right) \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}'}$ (8)

De esta forma, la formulación del modelo exige cinco parámetros básicos de entrada: el módulo de Young E , la relación de Poisson ν , la resistencia por cohesión del suelo c , el ángulo de fricción interna φ , y el ángulo de dilatancia ψ , (tabla 1). Dado que los ingenieros están por lo general familiarizados con los cinco parámetros anteriores y ocasionalmente disponen de información adicional acerca de otros parámetros del suelo, el modelo *Mohr-*

Coulomb es el modelo básico más utilizado en la práctica geotécnica, a pesar de su incapacidad para reproducir adecuadamente los cambios de rigidez del suelo y modelar situaciones donde diferentes trayectorias de esfuerzos son experimentadas.

Tabla 1. Parámetros del modelo *Mohr-Coulomb*

Parámetro	Descripción
c	Cohesión
φ	Ángulo de fricción
ψ	Ángulo de dilatancia
E	Módulo de Young
ν	Relación de Poisson

Fuente: Elaboración propia

2. MODELO HARDENING SOIL

El modelo *Hardening Soil* o de suelo con endurecimiento isotrópico es un modelo avanzado capaz de simular el comportamiento de varios tipos de suelo tanto cohesivos como granulares. Considerado como una aproximación de segundo orden, constituye una variante elastoplástica del

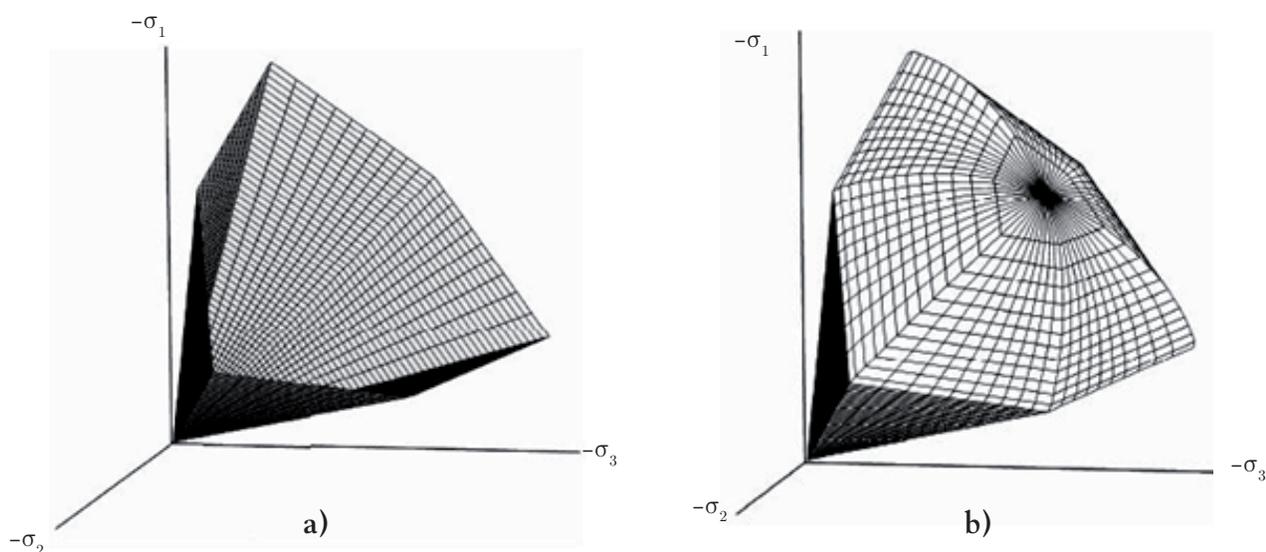


Figura 2. a) Superficie de fluencia del modelo *Mohr-Coulomb* b) Superficie de fluencia del modelo *Hardening Soil* - espacio de esfuerzos principales (suelo sin cohesión)

Fuente: [5]

modelo hiperbólico [9],[8]. A diferencia del modelo elastoplástico perfecto, la superficie de fluencia del modelo no es fija en el espacio de los esfuerzos principales, sino que puede expandirse debido a deformaciones plásticas y en función del esfuerzo de pre-consolidación. En general la función de fluencia del modelo tiene la forma:

$$f = \bar{f} - \gamma^p \quad (9)$$

Donde \bar{f} corresponde a una función dependiente de los esfuerzos considerados y de los parámetros de rigidez del modelo, mientras que γ^p es función de las deformaciones plásticas. La representación del contorno total de fluencia es mostrada en la figura 2b.

La capacidad del modelo para simular el comportamiento del suelo en situaciones carga y descarga mediante la definición del módulo de rigidez en descarga-recarga E_{ur} , la incorporación de la representación del estado deformacional del suelo en situaciones de compresión unidimensional (módulo edométrico E_{oed}), y la consideración de la dependencia de la rigidez del suelo en función de un estado de esfuerzos específico (parámetro m) constituyen los desarrollos más importantes del modelo de endurecimiento.

De esta forma, el modelo *Hardening Soil* incluye dos elementos primordiales referentes a los cambios de rigidez experimentados en el suelo: el endurecimiento por fricción que presenta los suelos en estado plástico (*friction hardening*); y la compactación irreversible ocasionada por la aplicación de una compresión primaria (*cap hardening*).

En adición, el modelo de suelo con endurecimiento supera en alto grado los elementos propuestos por Kondner [10], y los desarrollados en el conocido modelo hiperbólico de Duncan y Chang [11]. En primer lugar, por hacer uso de la teoría de la plasticidad en lugar, de la teoría de la elasticidad. En segundo, por incluir en su formulación el fenómeno de dilatancia en el suelo; y por último, por la introducción de una superficie de fluencia

variable en el espacio (*yield cap*). La formulación básica del modelo parte de la relación hiperbólica típica observada en las pruebas triaxiales entre la deformación axial vertical ϵ_a , y el esfuerzo desviador q , como se muestra en la figura 3.

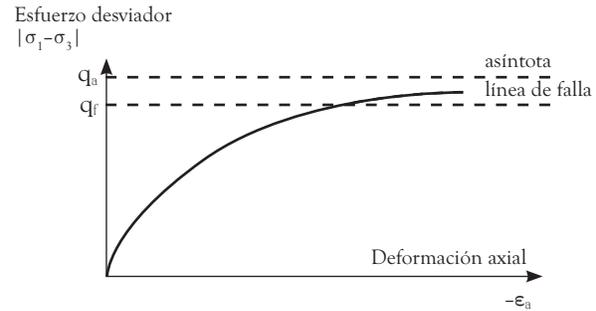


Figura 3. Relación hiperbólica esfuerzo-deformación para ensayos triaxiales

Fuente: [3]

Estas curvas observadas en los ensayos experimentales pueden ser descritas mediante la siguiente expresión:

$$\epsilon_a = \frac{1}{2E50} \cdot \frac{q}{1 - \frac{q}{qa}} \quad \text{para } q < qf \quad (10)$$

Donde qa es el valor asintótico de la resistencia al corte del suelo, y $E50$ es el módulo de rigidez correspondiente al 50 % del esfuerzo desviador de falla. La expresión que establece el esfuerzo desviador de falla qf , es derivada del criterio de falla *Mohr-Coulomb* involucrando los valores de resistencia de c' y φ' ; mientras que qa resulta ser una fracción de qf dada por la relación de falla Rf , como se describe a continuación:

$$qf = (c' \cot \varphi' - \sigma'^3) \frac{2 \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \quad (11)$$

$$qa = \frac{qf}{Rf} \quad (12)$$

De este modo cuando $q = qf$ el criterio de falla se satisface, y la plasticidad perfecta ocurre, tal y

como es establecida en el modelo *Mohr-Coulomb*. El modelo *Hardening Soil* establece un total de 11 parámetros los cuales se describen en la tabla 2.

Tabla 2. Parámetros del modelo *Hardening Soil*

Parámetro	Descripción
c	Cohesión
φ	Ángulo de fricción interna
ψ	Ángulo de dilatancia
E_{ref50}	Rigidez secante en ensayos triaxiales
E_{refoed}	Rigidez tangente para carga primaria edométrica
m	Dependencia de la rigidez al estado de esfuerzos
E_{refur}	Rigidez en descarga-recarga
ν_{ur}	Relación de <i>Poisson</i> en descarga-recarga
p_{ref}	Esfuerzo de referencia
k_0	Coeficiente de presión lateral de tierras
R_f	Relación de falla

Fuente: Elaboración propia

3. ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés) hace parte de una técnica numérica muy general para la resolución de diversos problemas geotécnicos y variados fenómenos físicos de interés en ingeniería, y se ha convertido actualmente en la herramienta más utilizada para resolver problemas esfuerzo-deformación, casos de interacción suelo-estructura, y en particular, situaciones cuyo nivel de complejidad es tal (geometría, escala, ecuaciones gobernantes) que su solución analítica es prácticamente imposible de obtener.

De manera general, el FEM establece la división de un cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) en varios elementos que comparten características particulares, y sobre los que se definen ciertas ecuaciones que describen su comportamiento físico (modelos constitutivos). Dicha partición

en elementos es denominada discretización, y cada uno de estos subdominios, elemento finito. A partir del cálculo de las variables involucradas en las relaciones básicas que describen el fenómeno considerado, se obtiene una solución aproximada al problema en estudio [12].

4. METODOLOGÍA

4.1 Investigación experimental

Con un programa de laboratorio se examinaron las principales características físicas y mecánicas del suelo en estudio y se obtuvo la información experimental básica para la determinación de los parámetros de entrada a los modelos considerados. De esta manera, y con el objetivo de llevar a cabo un programa experimental bajo condiciones controladas y de estudiar un material de características cohesivas, se definió la utilización de muestras de suelo reconstituidas en laboratorio de caolín comercial (mineral de arcilla - silicato de aluminio hidratado).

4.1.1 Reconstitución y preparación del espécimen

Se prepararon tres bloques de muestras de suelo elaboradas a partir de la mezcla de agua y caolín amarillo seco, considerando una humedad inicial de aproximadamente 63% para todos los especímenes (1.5 veces el límite líquido del material). La relación entre la cantidad de caolín y la cantidad de agua (proporción en peso) para las mezclas fue de 1.6. El total de muestras elaboradas fue sometido a un proceso de consolidación (anisotrópica) bajo un ambiente controlado de total saturación durante aproximadamente 20 días, y se alcanzó una presión de consolidación máxima al final de la reconstitución de 90,45 kPa.

4.1.2 Caracterización física

El proceso de caracterización del material incluyó diversos ensayos de laboratorio como

contenido de humedad, límites de *Atterberg* y gravedad específica, así como otros procedimientos y relaciones que complementaron la descripción física del suelo en análisis. A partir de la caracterización el suelo es clasificado como una arcilla de baja plasticidad *CL*. Los resultados obtenidos de los ensayos de caracterización se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Resultados ensayos de caracterización física

Variable de ensayo	Resultado
Límite líquido, <i>LL</i>	42 %
Límite plástico, <i>LP</i>	25 %
Índice de plasticidad, <i>IP</i>	17 %
Humedad natural*, <i>w</i>	45 %
Índice de liquidez, <i>IL</i>	1,18
Gravedad específica de sólidos, <i>G_s</i>	2,70
Contenido de arcilla, <i>C_a</i>	37,8 %
Peso unitario húmedo*, γ_h	17,5 kN/m ³
Peso unitario seco*, γ_d	12,1 kN/m ³
Peso unitario saturado*, γ_{sat}	17,9 kN/m ³
Peso unitario efectivo*, γ'	7,9 kN/m ³
Relación de vacíos*, <i>e</i>	1,16
Porosidad*, <i>n</i>	0,537

* Valores promedio para tres bloques de muestra

Fuente: Elaboración propia

4.1.3 Pruebas triaxiales

Se realizaron ensayos de compresión triaxial consolidados no drenados (CU) a tres muestras de arcilla. Esta cantidad de muestras fue escogida porque en la ingeniería práctica esta es la cantidad de muestras necesarias para determinar los parámetros de resistencia al corte mediante una compresión triaxial. El tamaño de las muestras fue establecido de tal manera que se evitaran fallas cerca del cabezal o pedestal, que suelen suceder cuando las muestra son pequeñas; por esta razón

se trabajó con muestras de 50 mm de diámetro y 100 mm de altura. Los esfuerzos de consolidación aplicados a todas las muestras fueron superiores al alcanzado en la reconstitución, garantizando un comportamiento normalmente consolidado. Estos esfuerzos de consolidación fueron de 300, 350 y 400 kPa, respectivamente.

4.2 Obtención de parámetros del modelo Mohr-Coulomb

En el apartado 2 se trataron las principales características, variables y formulación básica del modelo elastoplástico perfecto *Mohr-Coulomb*. A continuación se describe en detalle la metodología desarrollada para la determinación de los parámetros del modelo.

4.2.1 Parámetros de resistencia

A. Ángulo de fricción φ

El ángulo de fricción es uno de los parámetros más comunes en la mecánica de suelos y es utilizado para numerosos procedimientos de diseño de fundaciones y otras estructuras geotécnicas. En general, el ángulo φ hace referencia a la medida de la resistencia cortante debida a la fricción mecánica directa entre las partículas de suelo [13].

El valor del ángulo de fricción caracteriza notoriamente a cada tipo de suelo, y puede ser determinado a partir de procedimientos de laboratorio y de campo, a través de correlaciones y gráficos; y si no se cuenta con ninguna otra información puede obtenerse a partir de tablas. En este sentido, la prueba triaxial es uno de los ensayos más adecuados para evaluarlo mediante la representación gráfica del criterio de falla *Mohr-Coulomb*. La determinación del ángulo de fricción total y efectivo para el suelo en estudio se muestra en la figura 4 a partir de los resultados de los ensayos triaxiales (CU) efectuados.

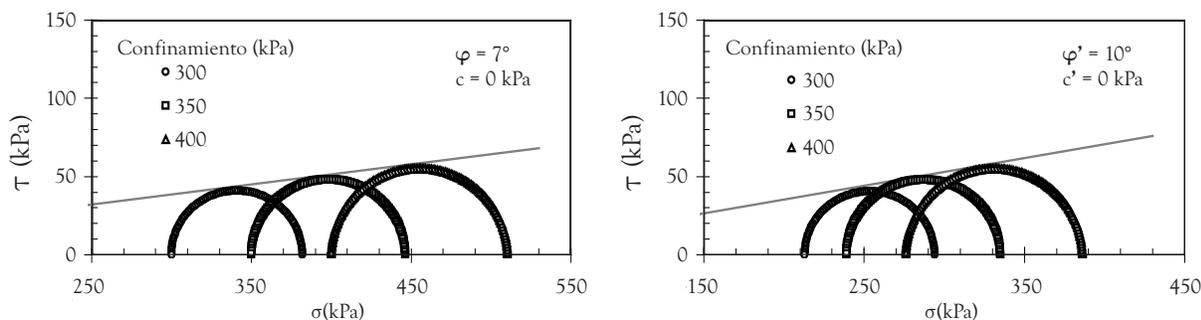


Figura 4. Determinación del ángulo de fricción y de la resistencia por cohesión

Fuente: elaboración propia

B. Cohesión *c*

La resistencia por cohesión es definida como la medida de las fuerzas que cementan las partículas de suelo [13]. La cohesión del suelo puede ser establecida a partir de variados procedimientos; sin embargo, a partir de la información disponible de los ensayos triaxiales ejecutados y del trazado de la envolvente de falla del suelo, esta puede ser determinada como el intercepto de la línea de falla con el plano vertical.

Como se aprecia en la figura 4 el valor de la cohesión es cero, un valor típico para arcillas normalmente consolidadas [14]. No obstante, en los cálculos computacionales es aconsejable valores ligeramente mayores para un mejor desempeño en el cálculo numérico.

C. Ángulo de dilatación ψ

El ángulo de dilatación puede tener una influencia significativa en la modelación del comportamiento del suelo, especialmente en arenas densas y arcillas altamente sobreconsolidadas. En el caso de las arenas este parámetro puede ser determinado mediante la evaluación de las deformaciones unitarias volumétricas en un ensayo triaxial drenado, considerando de manera particular la variación del parámetro con el grado de sobreconsolidación (OCR) del suelo. Dado que de manera general la dilatación corresponde a un fenómeno particular de suelos granulares, y por tratarse de especíme-

nes de suelo con comportamiento normalmente consolidado es recomendable usar el valor de cero grados para este parámetro [3].

4.2.2 Parámetros elásticos

A. Módulo de Young *E*

Plaxis usa el módulo de Young como un módulo de rigidez, y dado el comportamiento no lineal típico de los suelos normalmente consolidados, no es conveniente usar el módulo de rigidez tangente a la parte inicial de la curva esfuerzo deformación (zona elástica) sino que se recomienda usar el módulo de rigidez correspondiente a la pendiente de la recta entre el origen y el punto correspondiente al 50% de la resistencia máxima como se presenta en la figura 5. Este módulo de Young es denotado como E_{50} y es el más indicado para representar dicha respuesta. El valor de este parámetro se determinó gráficamente a partir de la información experimental obtenida de las pruebas triaxiales (gráfico $q - \epsilon_a$).

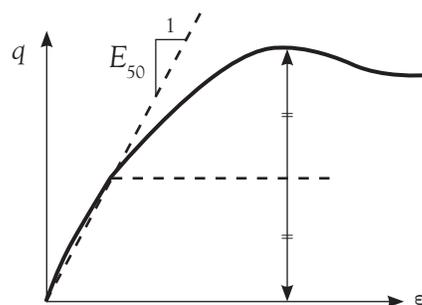


Figura 5. Definición del módulo de rigidez secante E_{50}

Fuente: [5]

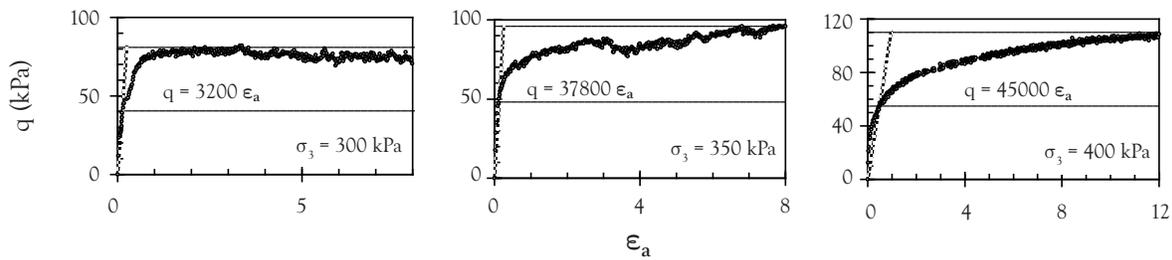


Figura 6. Determinación del módulo de Young efectivo E'_{50}

Fuente: elaboración propia

Dado que el modelo *Mohr-Coulomb* no considera en su formulación la dependencia de este parámetro de rigidez con el estado de esfuerzos del suelo, se consideró la medición gráfica de los valores de este módulo para cada uno de los tres estados ensayados (esfuerzos de confinamiento de 300, 350 y 400 kPa), y debido a que se está modelando el comportamiento drenado del suelo, el módulo de Young o módulo de rigidez está en términos efectivos (E'_{50}), Figura 6.

Para verificar la suficiencia de la determinación de este parámetro mediante el procedimiento gráfico y comprobar la validez de algunas correlaciones disponibles para suelos arcillosos, se evaluaron los valores del módulo de Young E' utilizando la siguiente relación:

$$E' = \frac{8}{3}G; G = \frac{1}{3}Eu; Eu = \frac{15000Su}{IP} \quad (13)$$

Donde E' es el módulo de Young efectivo, el módulo de corte, es el módulo de Young no drenado, es la resistencia la corte no drenada y el índice de plasticidad. Los resultados del análisis se muestran en la tabla 4.

De los resultados se aprecia una correspondencia muy favorable entre las dos metodologías. No obstante, en el presente trabajo se consideraron para todas las modelaciones numéricas los valores obtenidos de la medición gráfica, es decir, el módulo de Young efectivo (E'_{50}) para el 50% de la resistencia máxima.

B. Relación de Poisson ν

Se trata de uno de los parámetros más difíciles de evaluar en el contexto de la mecánica de suelos, pero al mismo tiempo, de uno de los más relevantes en el análisis numérico por elementos finitos y particularmente en el modelo *Mohr-Coulomb*. Normalmente, la relación de Poisson efectiva puede ser evaluada a través de la realización de un ensayo triaxial drenado, midiendo las distintas variables de deformación unitaria. Durante la etapa de falla en los ensayos triaxiales CU no se presenta cambio volumétrico en el suelo, por lo que la relación de Poisson evaluada en este tipo de ensayo corresponde al parámetro no drenado ν_u (generalmente $\nu_u \approx 0,5$). Dado que el modelo considerado en este

Tabla 4. Comparación módulos de Young calculados de forma indirecta y gráficamente.

Esfuerzo de consolidación p' (kPa)	Resultados correlación (Ec. 13)			Resultados gráficos (fig. 6)
	Eu (kPa)	G (kPa)	E' (kPa)	E'_{50} (kPa)
300	35.735	11.912	31.765	32.000
350	42.353	14.118	37.647	37.800
400	48.529	16.177	43.137	45.000

Fuente: Elaboración propia

estudio requiere la introducción de este parámetro en términos efectivos, el uso del valor obtenido del ensayo no drenado reproduciría de manera equivocada el comportamiento del suelo.

Adicionalmente, cuando se utiliza la opción de comportamiento no drenado en el programa PLAXIS se ajusta de forma automática una rigidez aparente para el líquido intersticial basada en dicha relación de Poisson no drenada (por defecto 0,495). En este caso específico, el coeficiente de Poisson en términos efectivos deberá ser menor de 0,35. La utilización de valores superiores a este valor implicaría que el agua no fuera suficientemente rígida con respecto al esqueleto del suelo para simular el comportamiento no drenado. A partir de lo anterior, se aplicaron tres metodologías de cálculo para obtener el valor más adecuado ajustado al tipo de suelo y al requerimiento de modelación. Los resultados se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Determinación relación de Poisson

Fundamento teórico	Expresión	Resultado ν'
Ley generalizada de Hooke	$\epsilon_3 = \frac{1}{E'}$	0,482*
Coefficiente de presión de tierras en reposo (Jaki, 1944)	$Ko \approx 1 - \sin \varphi'$ $\nu' = \frac{Ko}{1 + Ko} \approx \frac{1 - \sin \varphi'}{2 - \sin \varphi'}$	0,455
Relación elástica	$E' = 2G(1 + \nu')$	0,333*

* Valores promedio para los ensayos realizados

Fuente: Elaboración propia

Como se aprecia, el valor del parámetro obtenido mediante la última correlación (0,333) cumple con los dos criterios antes mencionados, por lo que se selecciona como única opción válida para el análisis computacional. El conjunto de parámetros de entrada obtenidos para el modelo se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Parámetros obtenidos para el modelo Mohr-Coulomb

Parámetro	Descripción	Arcilla reconstituida CL
E_{50}	Módulo de Young (kPa)	32.000 (1) 37.800 (2) 45.000 (3)
ν'	Relación de Poisson (-)	0,333
c'	Cohesión (kPa)	0*
φ'	Ángulo de fricción (°)	10
ψ	Ángulo de dilatancia (°)	0

* Para las simulaciones se utilizó 1 kPa

Fuente: Elaboración propia

4.3 Obtención de parámetros del modelo Hardening Soil

4.3.1 Parámetros de resistencia

El modelo de endurecimiento al igual que el modelo Mohr-Coulomb considera como parámetros elásticos básicos el ángulo de fricción interna φ' , la cohesión c' y el ángulo de dilatancia ψ . Los procedimientos para su obtención para el suelo en análisis se expusieron en el apartado anterior.

4.3.2 Parámetros de rigidez

A. Dependencia al estado de esfuerzos m

La dependencia de los parámetros de rigidez respecto a un estado general de esfuerzos es una característica básica del modelo Hardening Soil como se aprecia en la figura 7, en la que se relacionan los valores del módulo de Young E_{50} obtenidos de los ensayos triaxiales efectuados con la presión de consolidación p' correspondiente. Dicha relación viene dada por la siguiente expresión [9]:

$$E50 = Eref50 \left(\frac{c' \cos \varphi'^{1-\sigma^s} \sin \varphi'}{c' \cos \varphi'^{1+p^{ref} \sin \varphi'}} \right)^m \quad (14)$$

Donde el parámetro m representa este tipo de dependencia particular a cada tipo de suelo. Normalmente, para arcillas la dependencia a los esfuerzos es lineal, lo que equivale a $m = 1$, como se verificó en las observaciones realizadas (figura 7).

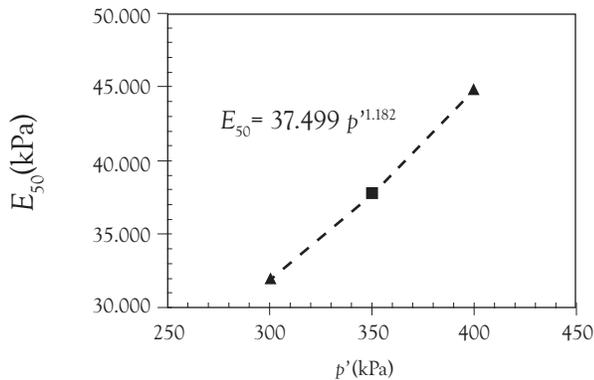


Figura 7. Dependencia de E_{50} (variable de rigidez) y el estado de esfuerzos (p')

Fuente: Elaboración propia

A partir de los tres valores para el módulo secante E_{50} obtenidos, y de la adecuada introducción de las demás variables correspondientes, se evaluaron los valores para el parámetro m (resolviendo el sistema de ecuaciones con dos incógnitas: E_{ref50} y m - ecuación 14). Los resultados se muestran a continuación, tabla 7.

Tabla 7. Evaluación parámetro m

Sistema evaluado	Parámetro m
$E_{50}1$ y $E_{50}2$	1,08
$E_{50}1$ y $E_{50}3$	1,18
$E_{50}2$ y $E_{50}3$	1,31

Fuente: elaboración propia

Los resultados muestran la correspondencia lineal típica de los suelos arcillosos, validando el valor de uno (1) como característico para el suelo en análisis.

B. Módulo de rigidez secante de referencia E_{ref50}

De acuerdo con la consideración de la dependencia al estado de esfuerzos contenida en este modelo de endurecimiento, un parámetro global es definido para modelar el comportamiento referente a la rigidez básica del suelo: E_{ref50} . A partir del valor obtenido para el parámetro m ($m = 1$), se calcularon los valores correspondientes a cada nivel de esfuerzos (p' ó σ'^3) utilizando la ecuación 14, y se obtuvo un valor único para el módulo de rigidez secante de referencia, tal y como se muestra en la tabla 8.

Tabla 8. Evaluación parámetro E_{ref50}

σ'^3 (kPa)	E_{ref50} (kPa)
300	15.023
350	15.816
400	16.304
Valor promedio:	15.715

Fuente: Elaboración propia

C. Módulo de rigidez tangente edométrico E_{refoed}

El módulo de rigidez edométrico se obtiene generalmente de la realización de un ensayo de consolidación unidimensional (línea tangente al nivel de esfuerzos de referencia). Debido a limitaciones experimentales en este sentido, se define la utilización de una correlación para arcillas normalmente consolidadas como alternativa para la evaluación del parámetro ($E_{refoed} \approx 1/2 E_{ref50}$).

D. Módulo de rigidez recarga-descarga E_{refur}

Este parámetro hace referencia a la rigidez del suelo cuando es sometido a trayectorias de recarga-descarga, y en general para suelos arcillosos corresponde a tres veces el modelo secante de referencia: ($E_{refur} \approx 3 E_{ref50}$)

4.3.3 Parámetros avanzados

El programa *PLAXIS* ofrece a los usuarios unas recomendaciones para la definición de algunos parámetros referentes a los modelos constitutivos disponibles en él, traducidas en la consideración de valores por defecto, estableciendo pautas generales y aplicaciones válidas si no se cuenta con información suficiente al respecto. De esta manera, en relación con los parámetros avanzados del modelo en consideración se definió la utilización de algunas de estas relaciones, advirtiendo de manera preliminar, que la capacidad y desempeño particular del modelo podrían afectarse. En la tabla 9 se exponen los parámetros evaluados para el modelo de endurecimiento *Hardening Soil*.

Tabla 9. Valores obtenidos para los parámetros del modelo *Hardening Soil*

Parámetro	Descripción	Arcilla CL
c'	Cohesión (efectiva)	1,0 kPa
φ'	Ángulo de fricción interna (efectivo)	10°
ψ	Ángulo de dilatancia	0°
E_{ref50}	Rigidez secante en ensayos triaxiales	15.715 kPa
E_{refoed}	Rigidez tangente para carga primaria edométrica	7.857 kPa
m	Dependencia de la rigidez al estado de esfuerzos	1,0
E_{refur}	Rigidez en descarga-recarga	47.144 kPa
ν_{ur}	Relación de Poisson en descarga-recarga	0,2 (por defecto)
p_{ref}	Esfuerzo de referencia	100 kPa
$k_{0\ nc}$	Coeficiente de presión lateral de tierras	0,826 (por defecto)
R_f	Relación de falla	0,9 (por defecto)

Fuente: Elaboración propia

4.4 SIMULACIONES NUMÉRICAS

Las modelaciones numéricas para la aplicación de las dos relaciones constitutivas consideradas se efectuaron mediante el uso del programa computacional de elementos finitos bidimensionales *PLAXIS* V.8 [15], especializado en el análisis de deformación y estabilidad en problemas geotécnicos. De esta manera, se simularon las características básicas de los ensayos triaxiales ejecutados en el programa experimental mediante la definición de un modelo geométrico en dos dimensiones con simetría axial (axisimetría); en la figura 8 se muestra un esquema del modelo geométrico usado en el análisis numérico.

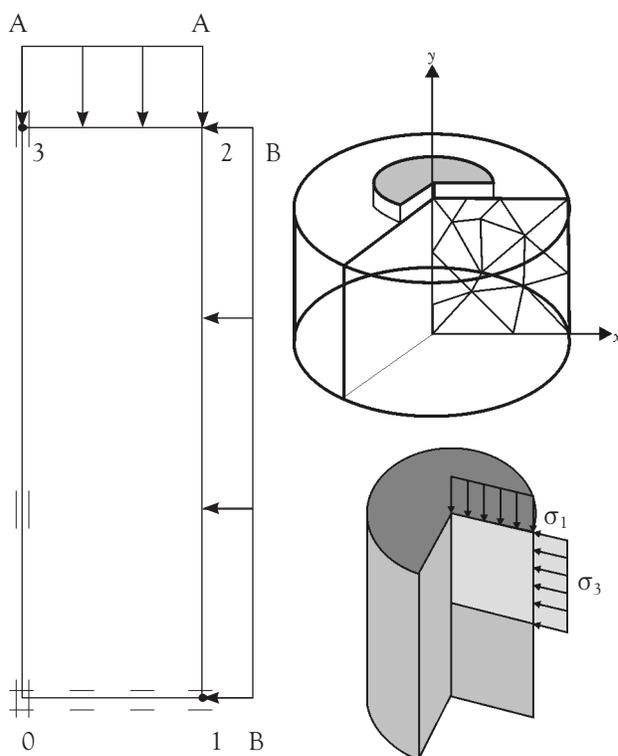


Figura 8. Modelización de las probetas de suelo en un ensayo triaxial en el programa de elementos finitos *PLAXIS*

Fuente: Elaboración propia

Una vez definido el modelo geométrico se definen la discretización del dominio y las condiciones iniciales como la presión de poros y las restricciones de contorno. Aunque un mallado grueso es suficiente para una geometría simple como la utilizada en la modelación, se consideró un mallado fino para lograr una mejor aproximación numérica en la consolidación. La presión de poros inicial fue de 200 kPa para todas las muestras, y se permitió el drenaje solo por la parte superior del modelo, de tal manera que se representaran las condiciones del ensayo. En cuanto a las restricciones de desplazamiento en la parte inferior se restringe el desplazamiento en la dirección y mientras que en el costado izquierdo se restringe el desplazamiento en la dirección x . En el costado derecho y la parte superior no se hacen restricciones. Adicionalmente, se asignaron las variables al dominio que representa la muestra de suelo según el modelo constitutivo empleado, y se establecieron las fases y los tipos de cálculo necesarios para la reproducción computacional de la prueba triaxial, como la saturación, consolidación y pasos de carga. En la figura 9 se presenta el esquema del mallado o mesh y las restricciones de desplazamiento y drenaje en el modelo.

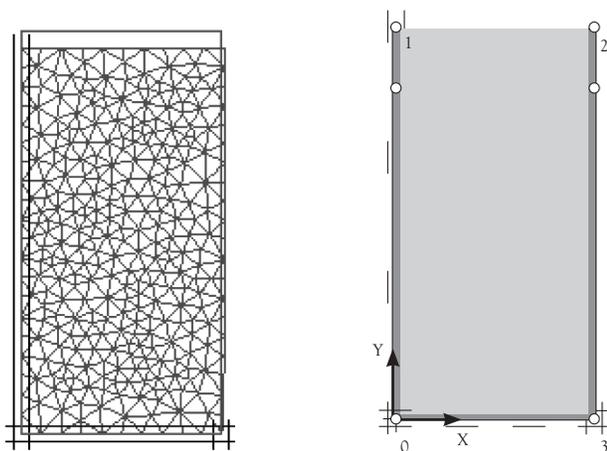


Figura 9. Malla de elementos finitos, restricciones y condiciones de drenaje.

Fuente: Elaboración propia

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación se presentan los resultados del análisis desarrollado, así como las observaciones obtenidas de la comparación entre las curvas reales del comportamiento del material y las estimadas por los modelos. En las figuras 10 y 11 se presentan los resultados de la modelación como los desplazamientos y la malla deformada obtenida con los dos modelos constitutivos utilizados. Se puede observar que los desplazamientos son mayores en la parte superior del modelo debido a que en esta zona es donde se aplica el esfuerzo de compresión, y los desplazamientos obtenidos con el modelo Mohr Coulomb son mayores a los obtenidos con el modelo Hardening Soil en un 2,32 %.

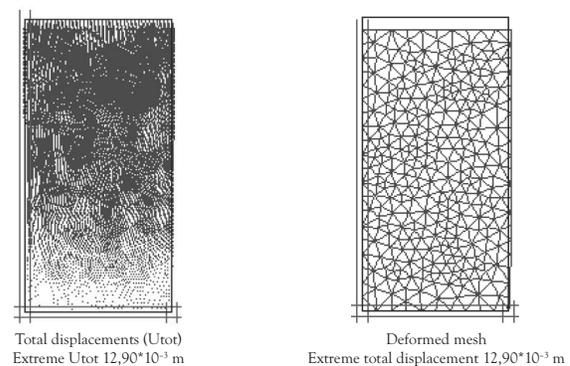


Figura 10. Desplazamientos y deformada modelo Mohr Coulomb, $\sigma_3 = 300$ kPa

Fuente: Elaboración propia

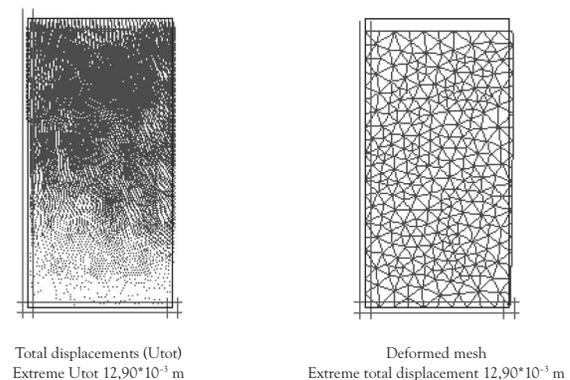


Figura 11. Desplazamientos y deformada modelo Hardening Soil, $\sigma_3 = 300$ kPa

Fuente: Elaboración propia

En las figuras 12, 13 y 14 se presentan los resultados de las curvas esfuerzo-deformación experimentales obtenidas para diferentes presiones de confinamiento isotrópico junto con las simulaciones numéricas correspondientes.

De los resultados se aprecia una correspondencia aceptable entre las mediciones y las modelaciones, y se comprueba que los parámetros adoptados son adecuados, y que la metodología para su obtención es válida para los modelos constitutivos analizados. De las simulaciones con el modelo *Mohr-Coulomb* se observan los elementos típicos de un modelo lineal, y se pueden diferenciar las dos respuestas básicas contenidas en su formulación (elastoplasticidad perfecta). De esta manera, y en comparación con el comportamiento experimental, se observa una transición menos gradual entre el comportamiento elástico y el estado plástico del suelo. Por el contrario, el modelo *Hardening Soil* reproduce con mayor precisión la relación hiperbólica experimental entre la deformación axial y el esfuerzo desviador, respondiendo a la no linealidad natural del suelo previa a la rotura y prediciendo adecuadamente los cambios de rigidez del material con el aumento de las deformaciones.

Del análisis se confirma la capacidad del modelo para la representación del comportamiento particular de los suelos normalmente consolidados (suelos con endurecimiento progresivo hasta la falla). De otra parte, se aprecia que el nivel de falla o resistencia última es simulado adecuadamente por los modelos en análisis, dado que el criterio de falla *Mohr-Coulomb* es común en la formulación de los dos modelos constitutivos. Para las tres simulaciones los dos modelos coincidieron en la resistencia máxima o esfuerzo de falla. Para la muestra triaxial con presión de confinamiento de 300 kPa el esfuerzo máximo es de 80 kPa, para la presión de confinamiento de 350 el esfuerzo máximo es de 94 kPa y finalmente para la muestra con presión de confinamiento de 400 kPa el esfuerzo máximo es de 108 kPa, comparando estos

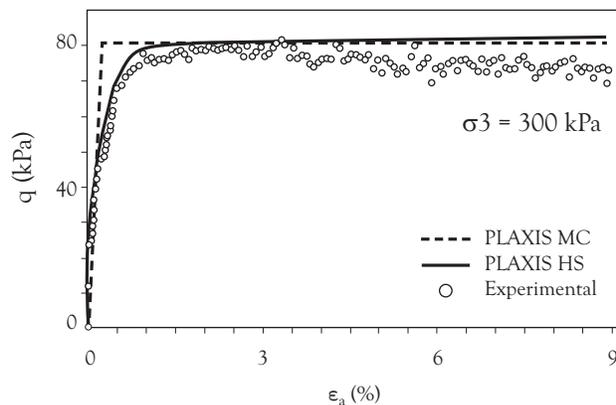


Figura 12. Resultados experimentales y simulaciones
(Ensayo triaxial no drenado, $\sigma_3 = 300$ kPa)

Fuente: Elaboración propia

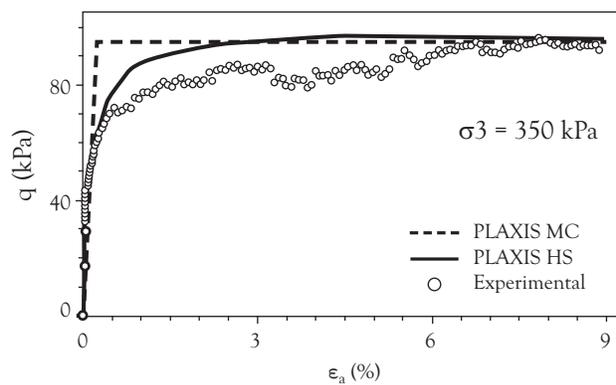


Figura 13. Resultados experimentales y simulaciones
(Ensayo triaxial no drenado, $\sigma_3 = 350$ kPa)

Fuente: Elaboración propia

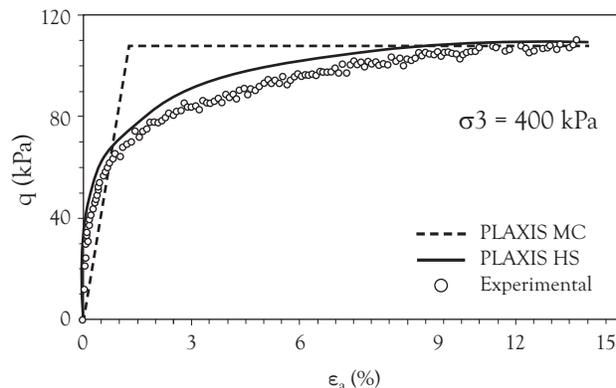


Figura 14. Resultados experimentales y simulaciones
(Ensayo triaxial no drenado, $\sigma_3 = 400$ kPa)

Fuente: Elaboración propia

resultados con los obtenidos en las modelaciones coinciden perfectamente.

6. CONCLUSIONES

Basados en los resultados obtenidos en cuanto a la determinación de parámetros y la modelación numérica de los ensayos triaxiales, se pueden hacer las siguientes conclusiones.

-Se obtuvo una validación preliminar de la metodología propuesta para la determinación de los parámetros de los modelos constitutivos *Mohr-Coulomb* y *Hardening Soil* en la modelación del comportamiento de suelos arcillosos.

- Además de la evaluación de la correspondencia entre los resultados experimentales y las simulaciones, los resultados de los parámetros obtenidos mediante la metodología desarrollada se encuentran dentro de los rangos reportados en la literatura para arcillas con características físicas y mecánicas similares.
- Para el conjunto de parámetros de entrada determinados, y para la trayectoria de esfuerzos evaluada, los modelos recogen de manera razonable los principales elementos del comportamiento esfuerzo-deformación observado en las pruebas triaxiales realizadas.
- Aunque los modelos *Mohr-Coulomb* y *Hardening Soil* predicen adecuadamente la falla del suelo, es decir, los dos modelos coinciden con el esfuerzo de falla para todas las simulaciones realizadas, se recomienda el uso del modelo *Hardening Soil* debido a la consideración de la variación de la rigidez dependiente del estado de esfuerzos y a la relación hiperbólica involucrada en su formulación. Además la determinación de los parámetros de entrada es razonablemente sencilla, y representa una ventaja importante para hacer uso del modelo.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo brindado por la Universidad Militar Nueva Granada a través del proyecto ING-472/2009, también al programa de Jóvenes Investigadores y al personal técnico de los laboratorios de Ingeniería Civil por su colaboración durante la ejecución de los ensayos.

REFERENCIAS

- [1] J. Camacho, O. Reyes, and P. Pumarejo, "Utilización del modelo Cam-Clay modificado en suelos cohesivos de la sabana de Bogotá," *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, no. 14, pp. 20-29, 2004.
- [2] A. C. Fowler, *Mathematical model in the applied sciences*, Cambridge: Cambridge University, 1998.
- [3] R. B. J. Brinkgreve, "Selection of soils models and parameters for geotechnical engineering application.," *Soils constitutive models, Evaluation, selection and calibration (GSP 128)*, J. Yamamuro and V. Kaliakin, eds.: ASCE, 2005.
- [4] P. V. Lade, "Overview of constitutive models for soils," *Soils constitutive models, Evaluation, selection and calibration (GSP 128)*, J. Yamamuro and V. Kaliakin, eds.: ASCE, 2005.
- [5] Plaxis, "Plaxis bv (Version 8) Materials models manual," 2004.
- [6] I. M. Smith, and D. V. Griffith, *Programming the finite element method*, 2 ed., Chisester: John Wiley & Sons, 1999.
- [7] R. Hill, *The mathematical theory of plasticity*, New York: Oxford University, 1950.
- [8] T. Schanz, A. Vermeer, and P. G. Bonnier, "The hardening soil model: formulation and verification," *Beyond 2000 in computational geotechnics: 10 years of PLAXIS International ; proceedings of the International Symposium beyond 2000 in Computational Geotechnics, Amsterdam, The Netherlands, 18-20 March 1999*, R. Brinkgreve, ed., Rotterdam: Taylor & Francis, 1999.
- [9] J. Brinkgreve, and A. Vermeer, "On the use of Cam-Clay models," in *Symposium on Numerical Models in Geomechanics*, Balkema, Rotterdam, the Netherlands, 1992.

- [10] R. L. Kondner, "Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils," *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division*, vol. 89, no. SM1, 1963.
- [11] M. Duncan, and Y. Chang, "Nonlinear analysis of stress and strain in soil," *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division*, vol. 96, 1970.
- [12] R. Cook, *Finite element modeling for stress analysis*, New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [13] M. Budhu, *Soil mechanics and foundations*, 2 ed.: John Wiley & Sons, 2007.
- [14] M. D. Braja, *Fundamentos de ingeniería geotécnica*, Mexico: Thomson Editores S.A, 2001.
- [15] U. T. d. Delft, «PLAXIS V.8,» 1987.